Homenaje a
Rodrigo Flores Álvarez
AUCh, 5ª serie, Nº 21 (1989): 215-237

SEGURIDAD IMPLÍCITA EN LA PRÁCTICA DE DISEÑO SISMO-RESISTENTE TRADICIONAL

Jorge Vásquez P.*

Resumen

Se analiza el significado de las condiciones de diseño sismo-resistente a la luz del Teorema del "Skakedown" del Análisis Plástico. Se comprueba que esas condiciones, a pesar de estar asociadas al uso de análisis lineal elástico, representan efectivamente el establecimiento de seguridad contra las formas de colapso cíclico, provisto que se tenga el nivel de ductilidad que involucra el factor de reducción postulado. Se demuestra que estas conclusiones, fácilmente derivables para marcos de un piso, se extienden a sistemas de varios grados de libertad, con el uso de superposición modal espectral. Se discute las formas en que se pueden usar los espectros de respuesta inelástica, propiciándose como la más conveniente, la de utilizar el espectro elástico, y escalar los resultados, para una reducción global por ductilidad, asociada a la estructura como un todo. Se propone un procedimiento para ubicar las secciones en las que debe proveerse detallamiento para ductilidad, basada en los mecanismos posibles de falla cíclica. Por último, se discute la conveniencia de usar factores de mayoración altos para las cargas gravitacionales.

Abstract

The significance of traditional earthquake design provisions is discussed

*Profesor Titular. Escuela de Ingeniería. Universidad Católica de Chile.

using the Shakedown Theorem of Plastic Analysis. The provisions are found to provide effective safety against cyclic colapse, when the response involves the postulated ductility, in spite of the fact that these provisions are associated to linear elastic analysis. It is shown that these findings, that can be easily derived for one-story frames, extend to multi-degree of freedom systems when modal superposition is used. Techniques through which inelastic response spectra can be used, are discussed. The use of elastic spectra, scaled for a global reduction concerning the structure as a whole, is recommended. Also a proposal is made of a procedure for selecting the cross-sections where detailing suitable for ductility should be provided. The method is based in inspecting the probable ciclyc colapse failure mechanisms. Finally, the appropriateness of using large load factors for gravity loads is discussed.

Introducción

Desde hace tiempo se reconoce que para la mayor parte de las construcciones, el diseño sismo-resistente debe aceptar incursiones en el rango inelástico. Pretender comportamiento elástico resulta totalmente imposible desde el punto de vista económico y sólo se puede exigir ante necesidades extremas de seguridad. Naturalmente, desde el momento en que se acepta el comportamiento inelástico, uno de los objetivos esenciales del diseño entra a ser la seguridad contra el colapso.

Este enfoque del problema es el que ha permitido que desde los inicios del diseño sismo-resistente las normas especifiquen explícita o implícitamente, solicitaciones sísmicas muy inferiores a las que bajo comportamiento elástico representarían los sismo para los cuales pretenden proveer un adecuado nivel de protección. Cuando la reducción es explícita, ella se asocia a la ductilidad que se espera desarrolle la estructura.

El análisis que debería acompañar la evaluación de la seguridad respecto al colapso de una estructura parece a todas luces tener que ser inelástico, de modo que modele condiciones del comportamiento cercanas a la de colapso inminente. Desgraciadamente, ese tipo de análisis presenta serias dificultades, al menos con el actual estado del conocimiento y con las facilidades computacionales disponibles. Entre esas dificultades se puede mencionar el hecho que debe necesariamente hacerse el análisis por procedimientos paso a paso, lo que requiere la definición de "registros" de diseño sísmico. El conocimiento presente del fenómeno sísmico permite con cierta facilidad proveer espectros de diseño, pero es indispensable mejorar la comprensión del significado de usar registros, así como la habilidad para determinar los registros que corresponde utilizar. En cuanto a metodología, por el momento, sólo parece válido un esquema en que se utilicen varios registros, para obtener las respuestas inelásticas asociadas a cada uno de ellos, y luego evaluar los resultados con algún criterio estadístico. Claro que no debe perderse de vista que cada análisis paso a paso, aun con un modelo relativamente poco sofisticado, es todavía una tarea computacional que ha sido calificada con propiedad de formidable. Otro problema, tal vez más grave, proviene de la limitada capacidad de formular modelos realistas del comportamiento inelástico, particularmente de elementos complejos como muros, toda vez que es necesario en el rango inelástico considerar interacciones entre distintas componente de esfuerzo, que en fase elástica, actúan desacopladas. Por último, es corriente que debido a la complejidad que rápidamente tiende a alcanzar el modelo, el análisis se haga ignorando aspectos que son importantes para el comportamiento global de la estructura, como por ejemplo, los efectos tridimensionales, o incluso, que se haga sacrificando el mismo carácter dinámico del fenómeno sísmico.

Ante estas dificultades, la práctica ha sido continuar trabajando con análisis lineal elástico, tal como se hizo desde los primeros días del diseño sismo-resistente, en una directa extensión de los procedimientos que siempre se habían empleado para cargas estáticas. La simplicidad de esta forma de operación, susceptible de ser usada junto con la antes mencionada definición espectral de la solicitación sísmica, ha sido determinante en la mantención de la vigencia del análisis elástico, a pesar que existe la noción de que es una ficción.

Esta noción se ha reforzado frecuentemente en los últimos años, y se ha creado en la comunidad de investigación, y en sectores de la profesional, la impresión que la utilización de análisis elástico sería una práctica absurda, carente de verdadera significación, que debe ser erradicada cuanto antes. Como alternativa, se han propuesto métodos, que por desgracia tienen planeamientos más claros desde un punto de vista cualitativo que de uno cuantitativo. En general, para evitar las dificultades ya señaladas, los procedimientos propuestos se ven efectivamente obligados a introducir simplificaciones como la adopción de un tratamiento estático del problema o la modelación plana del mismo.

En este trabajo se presenta una discusión que, a la luz del concepto de "shakedown" del Análisis Plástico, permite demostrar que el análisis elástico de una estructura, contrariamente a lo anterior, tiene significación y relevancia.

El término shakedown, que se ha considerado imposible de traducir, corresponde a una suerte de congelamiento de la deformación inelástica que puede manifestarse en un proceso de carga en el que las solicitaciones experimentan variaciones que implican sobrepasar los límites elásticos en reiteradas oportunidades. El término shakedown pretende evocar una situacion en la que algún material granular con un alto índice de huecos se "asienta" al ser remecido vigorosamente. Lo esencial del shakedown es que fija el límite de seguridad contra las dos formas de colapso cíclico, el colapso incremental y la llamada "fatiga de pocos ciclos", que sin duda son significativos en el comportamiento sísmico. Además, las estructuras seguras respecto a los colapsos cíclicos son también seguras respecto a la forma "estática" de falla, el colapso plástico.

La relevancia que se ha encontrado para el análisis elástico sólo se entiende separando el aspecto diseño propiamente tal, del de análisis verificatorio. En efecto, al considerar comportamiento inelástico, es posible y conveniente distinguir, entre, por una parte, la imposición de condiciones de diseño, y, por otra, la fase de verificación. El diseño debe producir elementos de las dismensiones y características resistentes necesarias. La verificación debe comprobar si la seguridad efectivamente se consigue, y, eventualmente, debe aportar información valiosa para el detallamiento de los elementos. En este contexto, se comprobará que el análisis elástico ha provisto a través de los años condiciones apropiadas para dimensionar las estructuras sobre un fundamento racional. Se concilia así la constatación de resultados relativamente satifactorios que se observa como fruto de una práctica de diseño supuestamente basada en una mera ficción, comprobándose que no es necesario atribuir la bondad de esos resultados a la casualidad o al sobredimencionamiento indiscriminado.

La discusión se limita al caso de estructuras fluxurales dúctiles, a las que es aplicable el Análisis Plástico Simple. En consecuencia, se requiere que a futuro se estudie una posible extensión a modelos de comportamiento más complejo y realista. Sin embargo, como ya al nivel de este modelo tan básico se hacen presentes las objeciones que comúnmente recaen sobre el diseño fundamentado en un análisis elástico, el encontrar respuesta a esas objeciones, aún sólo para este caso, es valioso.

La presentación se divide en dos partes. En la primera se discute el caso elemental de estructuras de un grado de libertad, específicamente, el de un marco plano de un piso. Se pueden así establecer las ideas matrices, sin entrar en las complejidades que acarrea considerar más de un grado de libertad. En la segunda parte se presenta la extensión a sistemas de varios grados de libertad, comprobándose la posibilidad de extender los resultados de la primera parte al usar la técnica de superposición modal espectral. Completa el trabajo un apéndice en el que se demuestra el Teorema de Shakedown, y que se ha incluido con el fin de disponer de la demostración con la notación apropiada, y de procurar que quede en claro su aplicabilidad al caso en estudio.

Sistema de un grado de libertad

La ecuación del movimiento de un sistema idealizable como de un grado de libertad, como por ejemplo, un marco de un piso, puede escribirse.

$$F_R + ma = 0 \quad (1)$$

en que F_R es la fuerza restitutiva estructural, no necesariamente elástica, y a, la aceleración absoluta. Por cierto, el comportamiento en el rango inelástico es afectado por la presencia de cargas gravitacionales, de modo que F_R debe considerarse como dependiente de ellas.

Siguiendo el razonamiento del Principio de D'Alembert, esta ecuación, y el problema dinámico en sí, puede interpretarse como una secuencia de estados de equilibrio en los que la estructura está sometida a cargas invariables —las gravitacionales— y a una carga lateral variable. Por cierto, la carga variable —la sísmica— puede considerarse como acotada entre los valores extremos que determina su máximo, i.e., para una masa m, entre $\bar{m}a_{máx}$ y $ma_{máx}$.

Si la aceleración $a_{máx}$ se conoce, es posible entonces plantear el problema de diseño concibiéndolo como la provisión de protección contra el colapso incremental y alternativo, y por ende, también respecto al colapso plástico, mediante la imposición de las condiciones que aseguran que se produzca el fenómeno de Shakedown. (Ver Apéndice). El valor de la aceleración máxima evidentemente depende tanto de las características sísmicas como de las propiedades de ductilidad que se supone que el mismo diseño va a incorporar. En general, es explícita o implícitamente prescrita bajo la forma de un espectro de diseño.

Para proceder en consecuencia, y con el expreso fin de invocar el Teorema del Shakedown, se debe definir el diagrama de momentos que se obtiene en un análisis lineal elástico, considerando como carga la fuerza de inercia dada por $ma_{máx}$, y que en un punto característico de la estructura alcanza un valor que se denotará por $M_e^{\pm}$.

Es importante insistir en que este diagrama lineal elástico no aparece en la discusión porque se considere que la estructura tenga necesariamente un comportamiento de esa naturaleza, sino porque el Teorema del Shakedown, que es una proposición del Análisis Plástico, requiere de la utilización de él.

En virtud del Teorema, el fenómeno de Shakedown se presentará si existe al menos un diagrama de momentos de Shakedown, M. Ese diagrama, arbitrario, independiente de las características de rigidez y compatibilidad geométrica que la estructura va adquiriendo a través de su historia de deformación, debe satisfacer como únicas exigencias equilibrar a las cargas gravitacionales, y respetar en todo punto las condiciones

$$-M_p^- > \underline{M} - M_e^{\pm} < \underline{M} + M_e^{\pm} > M_p^+ \tag{2}$$

dictadas por la resistencia. Se designan por M_p^- y M_p^+ en esta ecuación, los valores de los momentos plásticos de la sección, en cada uno de los dos sentidos de la flexión.

Esta condición de Shakedown, que establece seguridad respecto al colapso cíclico, puede reconocerse como totalmente equivalente a la condición que impone el llamado método elástico, bajo la forma en que se le emplea en el diseño sismo-resistente.

En efecto, la especificación típica de diseño sísmico tradicional es que se satisfaga la doble condición

$$-M_{ad}^- < f_G M_G - f_S M_S < f_G M_G + f_S M_S < M_{ad}^+ \tag{3}$$

en que M_G y M_S son los momentos que se obtienen del análisis elástico de la estructura para las cargas gravitacionales y las sísmicas, respectivamente, y f_G y f_S son los factores de mayoración establecidos por la correspondiente norma. Los momentos M_S se obtienen para la fuerza sísmica especificada, a veces directamente, pero que en todo caso corresponde a una aceleración máxima $a_{máx}$, que involucra, naturalmente, una determinada reducción por ductilidad.

Ahora bien, el momento admisible, M_{ad}, puede expresarse en términos del momento de fluencia, M_y, a través del factor de seguridad de las tensiones admisibles, f_y, como

$$M_y = f_y M_{ad} \tag{4}$$

y en términos del momento plástico, al introducir al factor de forma, f_p, como

$$M_p = f_p f_y M_{ad} \tag{5}$$

por lo que en definitiva, se puede escribir

$$-M_p^- < F_G M_G - F_S M_S < F_G M_G + F_S M_S < M_p^+ \tag{6}$$

en que

$$F_G = f_p f_y f_G \qquad F_S = f_p f_y f_S \tag{7}$$

Con esta reformulación se ha logrado el objetivo planteado, puesto que ella puede ser interpretada como una condición del tipo de la ecuación

(2). En efecto, se puede interpretar la ecuación (6) entendiendo que el momento de Shakedown es coincidente con el momento elástico de las cargas gravitacionales, amplificado por el factor F_G, i.e.,

$$\underline{M} = F_G M_G \tag{8}$$

y que las cargas variables están limitadas por extremos dados por el momento debido al sismo, multiplicado por el factor F_S, i.e.,

$$M_e^{\pm} = F_S M_S \tag{9}$$

En definitiva, el significado de la ecuación (6) es asegurar que bajo la carga gravitacional mayorada en F_G, y para una solicitación sísmica que varía entre los límites dados por la aceleración $a_{máx}$ mayorada en F_S, la respuesta está amparada por la condición de Shakedown. Estará en consecuencia la respuesta, para los límites ya dichos, libre de problemas de colapso plástico, incremental, o alternativo.

En rigor, en la discusión anterior debió reconocerse que podría existir un diferente factor de forma f_p para los momentos de sentido positivo y negativo. Esto por cierto redundaría que los factores globales F_G y F_S tendrían valores ligeramente diferentes para cada sentido de flexión. En lo que sigue, se supondrá que tales diferencias, de haberlas, son poco significativas, y se procederá como si el factor de forma fuera el mismo.

Más importante es que de hecho el análisis ha procedido como si el factor de forma fuera igual a la unidad, es decir, suponiendo que las secciones son ideales, con el momento de fluencia coincidiendo con el momento plástico. Al considerar secciones reales, el Shakedown requiere (ver Apéndice) que se satisfaga la condición adicional

$$2M_e^{\pm} < M_y^{+} + M_y^{-} \tag{10}$$

que representa la seguridad contra el colapso alternativo. Efectivamente, la ecuación (10) aisla el colapso alternativo, dejando al colapso incremental siempre bajo el control de la condición (2). Nuevamente, se puede constatar que las limitantes del diseño utilizando análisis elástico pueden ser reescritas para comprobar que esta condición es automáticamente satisfecha por ellas. En efecto, de la doble desigualdad de (6), resulta que

$$2F_S M_S < M_p^{+} + M_p^{-} = f_p(M_y^{+} + M_y^{-}) \tag{11}$$

expresión que al ser comparada con (10), lleva a reconocer que la condición de seguridad para el colapso alternativo efectivamente se cumple, pero con un factor de mayoración ligeramente inferior, dado por la razón F_S/f_p.

Es importante notar que en diseño sismo-resistente es más significativo proveer seguridad contra las formas de colapso cíclico que en otras situaciones de carga variable. Efectivamente, el problema sísmico no consiste en una fuerza que pueda excederse en un cierto factor de sobrecarga, sino que se trata de la acción de una aceleración que se supone acotada por las características de ductilidad que incorpora el diseño mismo.

En tal sentido no parece ser aplicable al caso la discusión de Neal (1), en la que se demuestra que los colapsos incremental y alternativo difícilmente controlan el diseño. El argumento de Neal se basa en que si bien el colapso plástico tiene una probabilidad p, menor que la probabilidad q de que se alcance el nivel de cargas del límite del Shakedown, para que la sobrecarga menor de este segundo nivel implique colapso, debe él alcanzar un cierto número de veces n, relativamente alto. Tal vez unas 10 veces. En consecuencia, el colapso cíclico es un fenómeno de probabilidad q^n, valor que ordinariamente será mucho menor que p.

La diferencia del problema sísmico radica en que al considerar diseños que dan seguridad respecto al colapso cíclico, en el entendido, claro está, que la ductilidad hace que $a_{máx}$ no exceda el valor especificado, la probabilidad de colapso plástico es teóricamente nula, dando cabida a que la probabilidad q^n sea mayor que el valor muy pequeño p. Por lo demás, esta conclusión concuerda con lo observado en la destrucción ocasionada por muchos terremotos, en los que los colapsos de edificios diseñados de acuerdo a normas sísmicas parecen, en general, evidenciar un claro proceso de degradación cíclica, y no un colapso "estático" de tipo plástico.

Una duda que se presenta en esta etapa es la posibilidad que el diseño que asegura el advenimiento del estado de Shakedown inhiba la actividad inelástica que permite el desarrollo de ductilidad. Si tal fuera el caso, la reducción de aceleración máxima invocada sería ilusoria. Afortunadamente esto no tiene por qué ser así. La existencia de Shakedown no significa la supresión de la deformación plástica, sino que más bien ésta se materializa en formas que no lleven al colapso cíclico. Efectivamente, al darse la condición de Shakedown, la deformación plástica queda obligada a ser tal que en ninguna sección tenga la recurrencia que ocasiona colapso alternativo, y que en ningún caso se ubique de manera de configurar un proceso acumulativo en puntos asociados a las rótulas de un mecanismo de colapso incremental.

Por cierto, una vez que se ha hecho un diseño de acuerdo a las condiciones dadas por la ecuación (6), o lo que es equivalente, por la (3), es necesario hacer la verificación del diseño. En primer lugar se debe comprobar si el nivel de resistencia provisto es realmente conducente a la ductilidad postulada. En cierto modo esta verificación no es más que una comprobación de la validez del espectro reducido que se haya empleado. En seguida se debe comprobar cuáles son las exigencias específicas que se deben considerar en cuanto a detallamiento, en lo que se refiere a ductilidades a nivel de elementos y secciones. Por último, al igual que si el diseño fuera totalmente elástico, también es necesario comprobar si el período obtenido después del dimensionamiento de la estructura, coincide con el considerado en la especificación de $a_{máx}$.

No es fácil lograr las evaluaciones que requieren análisis inelástico, y por cierto es esta un área en la que se debe investigar, puesto que como se dijo en la Introducción, para ese tipo de análisis se debe recurrir, por ahora, a procedimientos paso a paso, con los problemas señalados en la oportunidad. Pero en cualquier caso, se debe entender que esos procedimientos son netamente de análisis, posteriores a la etapa de diseño.

Al respecto, una estimación de los puntos en los cuales se puede esperar la mayor demanda de ductilidad, basada en un criterio razonable, aunque desgraciadamente no del todo racional, puede obtenerse al considerar, la seguridad frente a los posibles mecanismos de colapso incremental, y las diferencias de seguridad al colapso alternativo que necesariamente introduce las especificación de dimensiones reales de las secciones de los elementos. Los respectivos factores de seguridad se obtienen utilizando las características de límite superior que representan los distintos mecanismos de falla (ver Apéndice).

Primero, se puede calcular para los mecanismos de falla por colapso incremental que parezcan más probables, el multiplicador asociado, f_S, utilizando la fórmula (A. 25) establecida en el Apéndice, que para el caso sísmico resulta ser

$$f_S \Sigma |M_{Sj}\theta_j| = \Sigma |M_{pj}\theta_j| - W \tag{12}$$

en que W es el trabajo de las cargas gravitacionales en los desplazamientos del mecanismo, y M_{pj} es igual a M_{pj}^+ si en la sección la rotación plástica del mecanismo, θ_j, es positiva, e igual M_{pj}^-, si ella es negativa.

Parece razonable entonces pensar que al ser el valor del factor de seguridad f_S próximo a F_S, sería probable que durante el proceso de carga exista deformación plástica en las rótulas activas en el mecanismo del caso. Por eso, se estima que un primer criterio de detallamiento puede ser proveer ductilidad en las zonas de rótulas asociadas a él o los mecanismos de multiplicador más cercano a F_S.

En segundo lugar, al considerar la cercanía al límite de la falla alternativa en cada sección crítica se puede calcular el multiplicador f_{Sk} dado por

$$2f_{Sk}M_{Sk} = M_{yk}^+ + M_{yk}^- \tag{13}$$

y que en un diseño ideal debería ser igual a F_S. Se puede pensar que cuanto menor sea f_{Sk}, más probable es que en esa sección se registre actividad inelástica intensa. En forma semejante a como se propuso para el colapso incremental, un segundo criterio puede ser el detallar con especial cuidado aquellas secciones en las que el valor de f_{Sk} sea cercano a F_S.

Un punto interesante, que ha sido señalado por Bertero (2), es el que la seguridad contra el colapso incremental que estaría proveyendo la práctica tradicional de diseño introduce en muchos casos una considerable mayoración de las cargas gravitacionales. Esto parece tener poco sentido cuando lo que se persigue es lograr seguridad sísmica. De hecho, puede implicar no sólo exigencias indebidamente conservadoras al sumar al efecto sísmico cargas gravitacionales que con poca probabilidad pueden concurrir con la acción sísmica, sino que puede introducir instancias de inseguridad al mayorar las cargas gravitacionales en casos en que éstas podrían contribuir a disminuir las exigencias, como por ejemplo, al reducir los efectos potencialmente negativos de la descompresión de columnas. Es por eso del todo conveniente que al nivel de la ecuación (6) se establezca, como por lo demás lo han hecho algunas normas desde antiguo (3), (4), una doble verificación, en la que primero se considere la carga gravitacional con el menor valor que pueda tener, y en segundo lugar la carga gravitacional con un juicioso grado de mayoración.

El uso en el primer caso de la carga de peso propio, sin mayorar o incluso ligeramente reducido, es ciertamente apropiado. En el segundo, debería usarse una suma del peso propio, mayorado por un factor muy cercano a 1, y de aquella parte de las sobrecargas que se considera en la determinación de las masas de la estructura, mayorada, por un factor algo más alto, del orden de 1.4. Las proposiciones de las normas antes citadas, y de sus nuevas versiones, son razonables en algunos de estos aspectos.

Sistemas de varios grados de libertad

Las conclusiones del análisis anterior en cuanto a la validez del procedimiento tradicional de diseño, pueden extenderse sin dificultad alguna a sistemas de varios grados de libertad, como los que aparecen al considerar estructuras de varios pisos o modelaciones tridimensionales de edificios de un piso, siempre que sea posible determinar los límites entre los cuales varían los momentos que en la oportunidad se denominaron $M_e^{\pm}$. En efecto, si eso se logra, no hay más adelante en la discusión referencia alguna a número de pisos o grados de libertad, que invalide o condicione los resultados obtenidos.

Ahora bien, los momentos $M_e^{\pm}$ son los valores extremos que se determinan, para las distintas secciones, mediante análisis elástico de la estructura, considerando la acción de fuerzas laterales iguales al vector de fuerzas de inercia. $\mathbf{F_I}$, dado por la relación

$$\mathbf{F_I} = \mathbf{Ma} \tag{14}$$

en la que **M** es la matriz de masas y **a** el vector de aceleraciones. Por cierto, las componentes de **a** son las aceleraciones absolutas de los diferentes grados de libertad, y no son iguales entre sí.

El problema podría parecer en principio simple, necesitando sólo la determinación de las componentes de un vector $\mathbf{a}_{máx}$ de aceleraciones, que representaría la situación extrema, naturalmente involucrando la ductilidad postulada. Desgraciadamente, no existe una técnica que permita determinar un vector con la propiedad buscada, y de hecho, no puede haberla. El problema, de admitir solución siguiendo el camino de prescribir vectores aceleración maximizantes, exigiría más bien que se determinara un cierto número de vectores $\mathbf{a}_k$, al menos tantos como grados de libertad tiene el sistema, que en conjunto definirían los valores extremos de los momentos elásticos.

Existe una muy importante alternativa. Es la técnica de superposición modal espectral, que entrega justamente lo perseguido, a saber, estimaciones de los valores máximos de las distintas componentes de respuestas, como lo son en particular de los momentos flectores en las secciones críticas. Por cierto, el análisis modal es sólo aplicable a sistemas elásticos, pero ello no ofrece dificultad alguna en referencia a los momentos $M_e^{\pm}$ requeridos, puesto que precisamente ellos deben ser calculados bajo régimen elástico, por imperativo del concepto de shakedown.

Si se expresa el vector aceleración en términos de la base que conforman los modos normales, ϕ_i, en una expansión de la forma

$$a = \Sigma\alpha_i\phi_i \tag{15}$$

y se logra en alguna manera determinar los valores máximos que alcanzan los coeficientes α_i en el tiempo, valores que en adelante se designarán por a_i, la estimación de cualquiera de los momentos flectores requeridos se obtiene de aplicar la fórmula de superposición modal que se haya decidido emplear. En general, será una expresión del tipo,

$$M = \sqrt{\Sigma\Sigma\rho_{ij}a_iM_ia_jM_j} \tag{16}$$

en que M_i y M_j son los valores del momento para las formas modales i y j, respectivamente, y ρ_{ij} es el coeficiente de acoplamiento entre modos especificado por la técnica empleada. La fórmula más frecuentemente usada es el del SRSS (raíz cuadrada de la suma de los cuadrados), con los ρ_{ij}

iguales a uno para el índice i idéntico a j, e iguales a cero en caso contrario. Pero ciertamente es aconsejable preferir un procedimiento que incluya los posibles acoplamientos intermodales, como por ejemplo, el método CQC (5).

Después de la anterior discusión, el objetivo a perseguir se convierte en determinar los coeficientes a_i, que con propiedad pueden denominarse aceleraciones modales. Evidentemente que si el comportamiento fuera totalmente elástico, los coeficientes se obtendrían de la lectura de un espectro de esa ideal naturaleza, y serían

$$a_i = \pounds_i S_a(T_i;\ \mu = 1) \qquad (17)$$

en que $\pounds_i$ es el factor de participación del modo en cuestión, y $S_a(T_i;\ \mu = 1)$ la ordenada para el período modal T_i en el espectro elástico, es decir, en el de ductilidad μ igual a uno.

Al tener que considerar un comportamiento inelástico, se puede tratar de recurrir al espectro de respuesta para comportamiento de la ductilidad μ postulada, pero se presenta de inmediato la dificultad de como utilizarlo.

La dificultad proviene de que, como ya se dijo, no hay razones teóricas, ni evidencias experimentales, o resultados de estudios numéricos, que permitan, en modo alguno, extender la aplicabilidad de la descomposición modal a sistemas inelásticos de varios grados de libertad. El proceso que aquí se sigue es perfectamente aceptable, porque en definitiva se requiere una respuesta elástica. Pero la determinación de los a_i no se puede justificar en términos de un análisis espectral. Por eso, para salvar el problema, se propone considerar dos posibilidades de definición de los a_i, razonables en diferente grado, pero claro que no racionales.

Una de las posibilidades es suponer que la modificación que genera la ductilidad en el espectro puede interpretarse como una alteración de la solicitación sísmica misma, i.e., como si el registro del movimiento experimentara las modificaciones que producirían directamente el espectro corregido por ductilidad. En tal caso, lo que procede es simplemente escribir

$$a_i = \pounds_i S_a(T_i;\ \mu) \qquad (18)$$

La segunda posibilidad es imaginar que la estructura, como un todo, opera como un sistema de un grado de libertad, de un cierto período T_o. El período equivalente puede ser estimado por distintas estrategias, pero diferirá poco del fundamental, T_1. Entonces, a ese sistema global, le corresponde experimentar la reducción debida a la ductilidad μ, la que, por lo demás, se atribuye también en forma global a toda la estructura. En tal caso procede hacer el análisis con los valores de a_i dados por la fórmula (17) asociada al espectro elástico, y a posteriori, escalar los resultados de modo que reflejen la reducción del espectro inelástico para el período T_o. Evidentemente, ese procedimiento es equivalente a definir.

$$a_i = £_i S_a(T_i;\ \mu = 1)\ S_a(T_o;\ \mu)/S_a(T_o;\ \mu = 1) \qquad (19)$$

Cuál de los dos esquemas es más apropiado y qué calidad de resultados proporcionan, es un asunto que requiere y merece que se investigue en el futuro. Sin embargo, a un nivel de simple argumentación, se puede reconocer ventaja en la fórmula de la ecuación (19) por sobre la dada por (18). En primer lugar, parece una suposición razonable confiar que un comportamiento que considere la estructura como un todo permita establecer con una buena aproximación el nivel de fuerzas de inercia reducidas por ductilidad. En segundo lugar, es importante constatar que cuando se asocia la distribución de aceleraciones máximas a las dadas por el espectro de aceleraciones elásticas, reducidas por una ductilidad global, se está indirectamente especificando desplazamientos máximos inelásticos iguales a los que se calculan con el espectro de desplazamientos elástico. Y esta es precisamente una de las pocas propiedades de las respuestas inelásticas que se conoce. Efectivamente, resultados que se han obtenido repetidamente desde hace muchos años (6), demuestran que, al menos para estructuras flexibles y moderadamente flexibles, las deformaciones inelásticas coinciden con las elásticas, mientras que los esfuerzos se reducen por el factor de ductilidad. Por último, se debe constatar que el uso de la fórmula (19) tiene la ventaja de no alterar la distribución de esfuerzos del régimen elástico, lo que permite que la condición de diseño (6) automáticamente se haga cargo del aspecto serviciabilidad. De usarse la fórmula (18) para definir las aceleraciones modales máximas, es necesario introducir una ecuación de verificación adicional para serviciabilidad.

Conclusiones

La discusión anterior ha permitido verificar que el uso del análisis elástico, en la forma en que se hace ordinariamente en los métodos de diseño sismo-resistente, introduce condiciones de dimensionamiento que persiguen dar seguridad a la estructura contra las formas de colapso incremental y alternativo, y por añadidura, contra el colapso plástico. En consecuencia, como herramienta de diseño, no de análisis, el método tradicional es uno que reconoce el comportamiento inelástico ímplicito en la filosofía de diseño sismo-resistente.

Se ha llegado a esta conclusión al establecer que las condiciones de diseño tradicional son equivalentes a las que establecen el umbral por bajo el cual existe el fenómeno de Shakedown. El estudio está limitado a casos en que es aplicable el Análisis Plástico Simple. Las conclusiones se obtuvieron primeramente para marcos planos de un piso, y luego, los resultados se extendieron a sistemas de varios grados de libertad, con la provisión de que en tal caso debe emplearse la técnica de superposición modal espectral.

Se han propuesto también criterios para la determinación de los puntos en que se debe proporcionar a las secciones un detallamiento que provea ductilidad. Para ello se debe utilizar los mecanismos de falla por colapso cíclico, con factores de seguridad más bajos.

Se han discutido las formas en que se puede visualizar la utilización de espectros inelásticos para la determinación de las condiciones de shakedown en sistemas de varios grados de libertad. Se ha presentado al respecto argumentación en favor del uso de las ordenadas del espectro elástico, escaladas para producir un efecto global sobre la estructura considerada como un todo.

También se verificó que los factores de mayoración de las cargas gravitacionales que introducen las normas, pueden ser injustificadamente altos para las combinaciones de carga que se supone proveen seguridad sísmica, lo que no siempre está por el lado de la seguridad.

APÉNDICE: EL TEOREMA DEL SHAKEDOWN

Si se considera una estructura elastoplástica ideal, de tipo flexural, sometida a la acción simultánea de cargas invariables y de cargas que varían entre determinados extremos, se puede distinguir en ella tres formas de colapso. En primer lugar se tiene la causada por el incremento monotónico de la carga hasta producir el colapso por formación de un mecanismo. Este es el concepto de falla "estática" del Análisis Plástico clásico, y es por eso adecuado denominarlo "colapso plástico". En segundo lugar se tiene el llamado "colapso incremental", en el cual, a través de una historia de carga en la que no se llega al nivel del colapso plástico, se producen ciclos de histéresis que implican que en cada uno de ellos hay deformación plástica acumulativa. Naturalmente, ese proceso incremental termina en deformaciones excesivas, que producen la falla por fractura frágil o por efectos de segundo orden debidos a la presencia de deformaciones finitas. Por último se tiene una forma de falla asociada también a ciclos de carga por debajo del colapso plástico, en la que los ciclos implican una deformación inelástica que se anula, pero acompañada de un trabajo local que en lugar de cancelarse, se suma. Esta falla, llamada "colapso alternativo", y que también se conoce como "fatiga de pocos ciclos", consiste, en definitiva, en la ruptura local frágil del material, semejante a la que se produce cuando se corta un alambre doblándolo reiteradamente por sobre el límite elástico.

El Teorema del Shakedown se refiere a la condición bajo la cual el proceso con cargas variables en el tiempo puede realizarse sin que se desencadene ninguna de las dos formas de colapso cíclico. Por cierto, se verificará que la seguridad contra los colapsos incremental y alternativo, conlleva seguridad contra el colapso plástico.

El tratamiento del problema requiere la definición de los momentos M_e que se obtendrían para las cargas variables, en el hipotético caso que el comportamiento de la estructura fuera idealmente lineal elástico. El hecho que los máximos de estos momentos sean los mismos que se calcularían en un "diseño elástico", es solamente coincidencia, y debe quedar perfectamente claro que el comportamiento que se considera en este estudio es inelástico.

Específicamente, para un punto dado de la estructura, los valores extremos del momento variable se designarán por M_e^- y M_e^+.

El teorema establece que si eventualmente es posible determinar una diagrama de momentos $\underline{M}$, arbitrario, excepto en cuanto a satisfacer como únicas condiciones, a) estar en equilibrio con las cargas invariables, y b) tener para todos y cada punto de la estructura una magnitud tal que satisfaga la doble desigualdad

$$-M_p^- \leq \underline{M} + M_e^- < \underline{M} + M_e^+ \leq M_p^+ \qquad \text{(A.1)}$$

la estructura experimentará el fenómeno que se denomina "shakedown". Este fenómeno es una forma de "asentamiento", consistente en que, sea cual sea el programa de carga, el comportamiento se estabiliza en uno indefinidamente elástico. La estabilización ocurre luego de un número de ciclos histeréticos que implica trabajo total por deformación plástica de magnitud finita.

Como primer paso para establecer el teorema, se demostrará que la anterior condición, (A.1), asegura que tampoco puede existir colapso plástico. Para ello basta reconocer que dada la definición de los momentos elásticos, y de sus máximos, se sabe que en una fase cualquiera de la historia de carga, el momento M_e satisface la condición

$$M_e^- \leq M_e \leq M_e^+ \qquad \text{(A. 2)}$$

Sumando $\underline{M}$ a los tres términos de esta doble desigualdad, se obtiene

$$\underline{M} + M_e^- \leq \underline{M} + M_e \leq \underline{M} + M_e^+ \qquad (A.\ 3)$$

expresión que a la vista de (A.1), se convierte en

$$-M_p^- \leq \underline{M} + M_e \leq M_p^+ \qquad (A.\ 4)$$

Esta condición implica que existe al menos un diagrama de momentos, a saber, $\underline{M} + M_e$, en equilibrio con las cargas invariables, a través de $\underline{M}$, y con el nivel dado de cargas variables, a través de M_e, y compatible con las limitaciones de resistencia. Es decir, se verifica la existencia de al menos un diagrama estáticamente admisible, por lo que en virtud del Teorema del Límite Inferior del Análisis Plástico, la estructura es segura respecto a esas cargas. Consecuentemente, el nivel de solicitaciones controlado por (A.1) está efectivamente por debajo del límite del colapso plástico.

Para demostrar la existencia de seguridad frente a las formas de colapso cíclico, se define la función

$$F = \Sigma\int (M - M_e - \underline{M})^2 \frac{ds}{EI} \qquad (A.\ 5)$$

en la que M es el momento que se registra en el proceso inelástico de carga, con toda su dependencia de la historia de deformación. Se entiende que la suma debe hacerse para todas las barras, y la integración, para la longitud de las mismas. Es notorio que esta función, por ser una suma de cuadrados, debe retener durante todo el proceso de carga la propiedad de ser "no negativa", siendo precisamente esa propiedad la que hace útil su definición.

Para facilidad del desarrollo, conviene definir como M_r la diferencia

$$M_r = M - M_e \qquad (A.\ 6)$$

que puede interpretarse como el momento residual que permanecería luego de una eventual descarga elástica, a partir del estado inelástico existente.

Ahora bien, al producirse un cambio incremental a partir del estado de carga en que el momento real es M y que correspondería en un proceso elástico al momento M_e, la variación de F es simplemente

$$\Delta F = 2\Sigma\int (M_r - \underline{M})\Delta M_r \frac{ds}{EI} \qquad (A.\ 7)$$

por cuanto el diagrama de momentos $\underline{M}$ evidentemente no experimenta incremento alguno, puesto que es, como se debe recordar, un diagrama arbitrario pero invariable, que está en equilibrio con cargas permanentes.

La variación del momento residual, ΔM_r, puede reescribirse en términos de curvaturas, facilitando la discusión de su signo.

Para llevar a cabo esa discusión se reconocerá primero que la ecuación (A. 6) rige también a nivel incremental, i.e.,

$$\Delta M_r = \Delta M - \Delta M_e \tag{A. 8}$$

Como segundo paso se introducirá la curvatura ϕ_e, definida como

$$\Delta M_e = EI\Delta\phi_e \tag{A. 9}$$

y que corresponde a la curvatura que registraría la estructura si se comportara en forma enteramente elástica.

En tercer lugar se definirá la curvatura local plástica, ϕ_p, como la diferencia entre la curvatura real registrada en el proceso inelástico, ϕ, y la que debería tenerse en la sección si el comportamiento fuera localmente elástico. Esa curvatura elástica local se calcula, por cierto, como $\Delta M/EI$. Consecuentemente, en definitiva se tiene

$$\Delta M = EI\Delta(\phi - \phi_p) \tag{A. 10}$$

Finalmente, sustituyendo en (A. 8) las expresiones dadas por las ecuaciones (A. 9) y (A. 10), se llega a la relación

$$\Delta M_r = EI\Delta(\phi - \phi_e - \phi_p) \tag{A. 11}$$

que permite reformular (A. 7) como

$$\Delta = 2\Sigma\int EI\,(M_r - \underline{M})\Delta(\phi - \phi_e)ds - 2\Sigma\int EI\,(M_r - \underline{M})\Delta\phi_p ds \tag{A. 12}$$

que es una expresión para el incremento de la función que tiene la forma buscada, por cuanto se presta para ser fácilmente analizada en lo que a su signo se refiere.

De hecho, la ecuación (A. 12) ha sido escrita bajo la forma de dos integrales que presenta, con el objeto de hacer expedita la interpretación separada de cada una de ellas.

La primera puede reconocerse como una ecuación de trabajo. Es el trabajo de los momentos, diferencias entre los del diagrama residual y los del diagrama de Shakedown, $M_r - \underline{M}$, en una curvatura que es el incremento de la diferencia entre las de la deformación real de la estructura, ϕ, y la que tendría bajo un comportamiento total y completamente elástico ideal, ϕ_e. Por cierto se trata de curvaturas asociadas a un campo de deformaciones y desplazamientos perfectamente compatible. Según el Teorema de los Desplazamientos Virtuales, ese trabajo debe ser igual al que desarrollan las fuerzas externas en los correspondientes desplazamientos. Pero, por otra parte, el diagrama de momentos es diferencia de diagramas que están, ambos, en equilibrio con un conjunto de fuerzas externas idénticas, a saber, las cargas permanentes. Representa entonces el caso de un sistema nulo de fuerzas, y se concluye que el trabajo, y por lo tanto, la integral, es a su vez, cero.

La segunda integral no puede ser analizada a la luz del Teorema de los Trabajos Virtuales, por cuanto las curvaturas plásticas ocurren en algunos puntos específicos, y no constituyen una distribución de curvatura compatible con un campo de desplazamientos. Efectivamente, se trata de curvaturas localizadas en los puntos en los que hay escurrimiento plástico, que afecta a la sección, en forma total, como en una rótula plástica ideal, o en forma parcial, como en el caso de una sección con plastificación de las fibras extremas, pero que mantiene un núcleo elástico. En el caso de rótulas plásticas puntuales, se trata de curvaturas infinitas, pero cuya integral es acotada, e igual a la rotación plástica que se produce en la rótula. Es importante aclarar la importancia del posible carácter finito de las zonas de plastificación, por cuanto debido a este aspecto se manifiesta una diferencia ente el Teorema del Shakedown y los teoremas básicos del Análisis Plástico, en cuanto a que estos últimos no demandan secciones ideales o rótulas plásticas puntuales. En todo caso, para facilitar el avance del estudio, el problema de las secciones reales se diferirá a la parte final del mismo, limitándoselo primero a secciones ideales.

Una de las características fundamentales del comportamiento histerético es que el incremento de deformación plástica debe necesariamente ser del mismo sentido o signo que el esfuerzo correspondiente, por cuanto ante la tendencia a que ocurra lo contrario, se produce descarga elástica, suspendiéndose el incremento de la deformación plástica. Las curvaturas plásticas sólo pueden variar manteniendo el mismo sentido o signo del correspondiente momento.

Es decir, $\Delta\phi_p$ es igual a cero en todos los puntos de la estructura, excepto en aquellos en los cuales hay actividad plástica, y en los que necesariamente se cumple

$$M\Delta\phi_p > 0 \qquad \text{(A. 13)}$$

La integral en estudio debe ser llevada a cabo entonces sólo en las zonas de plastificación, y es fácil comprobar que en ellas, el integrando es siempre una cantidad positiva. Se concluirá así que la integral también lo es.

Efectivamente, es posible demostrar que de acuerdo a la ecuación (A. 6), definición de M_r, la diferencia $M_r - \underline{M}$ puede expresarse como

$$M_r - \underline{M} = M - (\underline{M} + M_e) \qquad \text{(A. 14)}$$

y a partir de esta relación, verificar que la diferencia resulta tener siempre el mismo signo que M. Para materializar esa demostración, se constata primero que en los puntos de comportamiento inelástico se debe satisfacer una de las dos únicas alternativas de plastificación de las rótulas puntuales, a saber,

$$M = M_p^+ \qquad M = -M_p^- \tag{A. 15}$$

En la primera alternativa, la ecuación (A. 4) establece que

$$M_p^+ \geq \underline{M} + M_e \tag{A. 16}$$

por lo que

$$M_r - \underline{M} = M_p^+ - (\underline{M} + M_e) \geq 0 \tag{A. 17}$$

relación que verifica que efectivamente $M_r - \underline{M}$ es cero o tiene el mismo signo que M.

Un procedimiento semejante permite demostrar otro tanto en la segunda alternativa. Se concluye entonces que en cualquiera de los dos casos, al igual que el producto $M\Delta\phi_p$ en la ecuación (A. 13), el trabajo de la diferencia de momentos es positivo o es nulo, i.e.,

$$(M_r - \underline{M})\Delta\phi_p \geq 0 \tag{A. 18}$$

En definitiva se comprueba de la discusión anterior que ΔF es menor o igual a cero. Significa esto que en cada escurrimiento plástico que se produzca, F decrece, salvo en el caso particular en que $M_r - \underline{M}$ es cero. La reducción sólo puede llegar hasta el valor mínimo que puede tomar esa función, no negativa por definición, i.e., F igual cero. Por cierto, se puede visualizar también que F adopte un valor mínimo, mayor que cero. La diferencia entre ambos casos estará en que en el primero $\underline{M}$ deberá ser igual a M_r, y por lo tanto aceptará la interpretación de ser el momento residual real, mientras que en el segundo caso el momento residual será otro.

Cualquiera sea el caso, se ha demostrado que se produce shakedown. En efecto, en el primero se ha encontrado un diagrama de momentos residual en equilibrio con las cargas invariables, específicamente $\underline{M}$, al que la estructura habrá de llegar después de actividad plástica finita, y a partir del cual, todo proceso de carga variable, en virtud de la condición (A. 1), se inscribirá dentro de un comportamiento perfectamente elástico. En el segundo, se concluye directamente que los incrementos de deformación plástica, $\Delta\phi_p$, deben ser nulos.

Corresponde ahora encarar el problema de las rótulas de dimensión finita, que se produce cuando la sección presenta momentos de fluencia M_y claramente distinguibles de los momentos plásticos correspondientes, M_p. La limitación específica proviene de que a pesar que (A. 13) tiene total validez, sean o no las rótulas ideales, la pareja de alternativas establecidas en (A. 15) deja de ser única, al poder existir deformación plástica parcial de la sección. Puede darse actividad plástica con un M algo mayor que $-M_p^-$ o algo menor que M_p^+. Por cierto, esto invalida el reemplazo de una cantidad aditiva por una mayor, que se hizo en (A. 17), y que en definitiva permitió establecer la igualdad de signos de la diferencia $M_r - \underline{M}$ con el momento flector M.

La solución del problema requiere analizar con más cuidado la deducción de (A. 17) a la luz de las características del proceso de deformación plástica histerética. En primer lugar, se puede reconocer que mientras se esté aumentando el momento por sobre M_y en uno de los dos sentidos, existirá en la fase inicial de carga deformación plástica que irá en aumento, y se dará una situación en la que la diferencia $M_r - \underline{M}$ puede tener signo contrario al del momento M, dando orígen a un incremento positivo de la integral F. Sin embargo, si en ninguna etapa posterior del proceso hay descargas que signifiquen reversión total del momento, llegando a la zona de plastificación parcial de sentido opuesto, se podrá alcanzar nuevamente el nivel primero de deformación máxima en la sección, sin reiniciar la deformación plástica. De hecho, el comportamiento será tal que el límite elástico habrá aumentado hasta el nivel alcanzando en la deformación plástica inicial, llegando eventualmente hasta el valor del momento plástico mismo, M_p. El incremento de F se produce entonces por una sola vez, siendo en consecuencia finito y acotado. El resto de la argumentación que conduce al establecimiento de la condición de Shakedown, que se basa en el decrecimiento de F en la actividad plástica normal, sigue en pie.

Queda por dilucidar el problema de la reversión total del proceso de carga con plastificación de sentido contrario. Naturalmente este caso corresponde al colapso alternativo, que queda en esta forma aislado del colapso incremental. El fenómeno histerético de descarga se debe considerar inicialmente elástico, es decir lineal elástico hasta que encuentre plastificación de sentido opuesto. La planificación opuesta se producirá luego de una descarga igual al rango total de comportamiento elástico del material virgen, por lo que es claro que la condición que se debe imponer es

$$M_e^+ - M_e^- \leq M_y^+ + M_y^- \qquad \text{(A. 19)}$$

El teorema tradicionalmente se enuncia con la frase: "Si la estructura puede experimentar shakedown, lo hará", consiste entonces esencialmente en encontrar un diagrama de momentos de shakedown, $\underline{M}$. Intuitivamente, lo que sucede es que cuando tal diagrama existe, la estructura, en un número finito de etapas de actividad plástica, llega a adquirir ese diagrama, u otro equivalente, como diagrama de momentos residual, bajo las cargas invariables. Luego de ese "shakedown" o "asentamiento", cualquier ciclo de carga que se produzca, estará controlado por las condiciones de shakedown, y se llevará a cabo sin que se alcance, en ningún punto, una nueva plastificación o una reanudación de plastificaciones previas. Es importante notar que la demostración no requiere que se haya encontrado el diagrama residual que específicamente adopta la estructura, el que incluso puede depender de particularidades de la historia de carga. Basta que se encuentre un diagrama cualquiera que satisfaga las condiciones (A. 1). En el caso de secciones reales, según se vio, la condición (A. 1) limita el colapso incremental. La segunda forma de colapso cíclico, el colapso alternativo, requiere de la condición adicional (A. 19).

Esta demostración es una adaptación de la presentada en el libro clásico (7), la que a su vez se basa en los trabajos de los descubridores del fenómeno, partiendo por Bleich y Melan en la década del 30, y terminando con Symonds y Prager en 1950. Ha sido preparada principalmente para aclarar las dudas que podría presentar la aplicación del concepto a un problema dinámico. De hecho, el teorema que se ha establecido, a pesar de ser la proposición fundamental, ha sido a veces denominado Teorema del Límite Inferior del Shakedown (8) puesto que puede establecerse también un Teorema del Límite Superior, asociado a posibles mecanismos de falla de los colapsos cíclicos.

En efecto, para el colapso alternativo se puede asociar un mecanismo de falla en cada sección, una especie de mecanismo de nudo, y se tiene para cada sección un multiplicador dado por

$$f_{ak}(M_{ek}^{+} - M_{ek}^{-}) \leq M_{yk}^{+} + M_{yk}^{-} \qquad \text{(A. 20)}$$

Para el colapso incremental, a su vez, se puede asociar a un mecanismo de falla, con rotaciones θ_j en las secciones críticas que corresponde, y se puede definir un multiplicador f definido de manera que las condiciones de shakedown se satisfagan en forma estricta, y en el sentido apropiado, en los puntos en que el mecanismo tiene rótulas, i.e.,

$$\underline{M} + f\, M_{ej}^{+} = M_{pj}^{+} \qquad \text{si } \theta_j > 0 \qquad \text{(A. 21)}$$

$$\underline{M} + f\, M_{ej}^{-} = M_{pj}^{-} \qquad \text{si } \theta_j < 0 \qquad \text{(A. 22)}$$

Por la definición misma de shakedown, (A. 1), por supuesto existirá colapso incremental con ese mecanismo para el multiplicador f, provisto que no sea menor el multiplicador correspondiente a otro mecanismo.

Para poder calcular el multiplicador f sin necesidad de conocer previamente el diagrama de momentos de shakedown, se puede proceder escribiendo la suma de los productos de multiplicar la ecuación (A.21) o

(A. 22) vigente, por la respectiva rotación, para originar la ecuación de trabajo

$$\Sigma \underline{M}\theta_j + f\,\Sigma M_{ej}\theta_j = \Sigma M_p{}^j\theta_j \qquad (A.\ 22)$$

en que

$$M_{ej} = M_{ej}{}^{+} \qquad M_{pj} = M_{pj}{}^{-} \qquad \text{si } \theta_j > O \qquad (A.\ 23)$$

$$M_{ej} = M_{ej}{}^{-} \qquad M_{pj} = M_{pj}{}^{-} \qquad \text{si } \theta_j < 0 \qquad (A.\ 24)$$

Luego, invocando el Teorema de los Desplazamientos Virtuales se puede reconocer que la primera suma es igual al trabajo, W, de las fuerzas invariables en los desplazamientos del mecanismo. En consecuencia, puede en definitiva escribirse

$$f\,\Sigma M_{ej}\theta_j = \Sigma M_{pj}\theta_j - W \qquad (A.\ 25)$$

expresión que, como se dijo antes, permite calcular el factor f utilizando como únicos antecedentes el diagrama de momentos elástico de las cargas variables, y naturalmente, los momentos plásticos de las secciones comprometidas.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo se basa y complementa la presentación del autor en un panel realizado como parte de las Quintas Jornadas Chilenas de Sismología e Ingeniería Antisísmica (9). En la ocasión, y en otra instancia posterior, el autor tuvo oportunidad de recibir valiosas indicaciones y comentarios del Profesor V.V. Bertero. Se agradece también el apoyo del Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico, a través del Proyecto 555-89, que ha financiado el marco dentro del cual se inserta este estudio.

REFERENCIAS

1. NEAL, B.G. (1977). *The Plastic Methods of Structural Analysis*, Chapman and Hall, London, Inglaterra.
2. BERTERO, V.V. (1989). Comunicación Personal.
3. ACI (1965). *Standard Building Code Requirements for Reinforced Concrete ACI 318-63*, American Concrete Institute, Detroit, Michigan, EE.UU.
4. SEAOC (1966). *Recommended Lateral Force Requeriments and Commentary*, Structural Engineers Association of California, San Francisco, California, EE.UU.
5. WILSON, E., A. DER KIUREGHIAN, y E. BAYO (1981). *A Replacement for the SRSS*

Method in Seismic Analysis, Earthquake Engineering and Structural Dynamics. Vol. 9, 187-194.

6. CLOUGH, R.W. (1970). *Earthquake Response of Structures*, en "Earthquake Engineering" (R. Wiegel, Editor), Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, EE.UU.
7. HODGE, P.C. (1959). *Plastic Analysis of Structures*. McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, EE.UU.
8. HORNE, M.R. (1979). *Plastic Theory of Structures*. Pergamon Press, Oxford, Inglaterra.
9. VÁSQUEZ, J. (1989). *Posible Validación del Diseño Elástico*, Presentación en Panel "Métodos de Análisis y Diseño Sísmico de Edificios Estipulados en los Códigos" (P. Hidalgo, Moderador). Quintas Jornadas Chilenas de Sismología e Ingeniería Antisísmica, Santiago, Chile.