

## RELACION ENTRE LAS RESISTENCIAS A COMPRESION DE HORMIGONES A 7 Y A 28 DIAS

Moisés PIÑEIRO\*



### RESUMEN

*En este trabajo se propone una fórmula del tipo  $R_{28} = K_2 R_7^{K_1}$  para relacionar la resistencia a compresión de hormigones a 7 días con la resistencia a 28 días. La deducción de dicha fórmula se ha basado en la fórmula de ABRAMS.*

*La relación propuesta se aplicó a resultados de compresión de hormigones confeccionados con diferentes cementos chilenos. Para un caso se dispuso de más de 2.000 muestras, y para otros cuatro de 400 aproximadamente.*

*Se hace además un análisis de la dispersión de los resultados y se discute la aplicabilidad de la fórmula.*

### INTRODUCCION

En el control y recepción de obras de hormigón se utiliza principalmente la resistencia a la compresión del hormigón a una edad generalmente de 28 días. Sin embargo esta edad es poco práctica para efectuar el control del hormigón, ya que si aparecen valores de resistencias anormalmente bajos o altos, la reacción o enmienda que se efectúe en la obra sólo se llevará a cabo cuando el avance de la faena ya ha sido considerable. Por la razón expuesta, son muy útiles aquellas características mensurables del hormigón joven que, además de ser fáciles de obtener, estén bien correlacionadas con la resistencia a 28 días. Características que se pueden utilizar en este sentido son, por ejemplo, la razón agua-cemento del hormigón (obtenida ensayando el hormigón fresco), la resistencia a la compresión a 3 o 7 días, los datos de ensayos no destructivos (impacto del esclerómetro Schmidt o velocidad de transmisión del sonido), etc.

---

\*Ingeniero del IDIEM. Sección Investigación de Hormigones.

De los valores citados, las resistencias a la compresión a 3 y 7 días tienen el interés de que no demandan programar otros ensayos: basta con utilizar probetas compañeras de las que se ensayan a 28 días. La importancia y utilidad de estos valores de resistencia han sido reconocidas hace años; a tal punto que en algunas normas se recomiendan algunos valores límites.

Existen fórmulas para determinar la relación entre la resistencia a compresión a 7 y a 28 días. En algunas de estas fórmulas figuran coeficientes que dependen del tipo de cemento o de otros factores. Un inconveniente de todas estas expresiones es que, junto con ellas, no se indica la dispersión de los resultados que las generaron. Efectivamente, los datos que dan lugar a esa relación empírica (en general, línea de regresión) poseen una dispersión respecto de ella, de modo que para un determinado valor de la abscisa (variable independiente) los valores que se pueden presentar en la ordenada están condicionados a una determinada probabilidad. Conviene, por lo tanto, tener un índice de la dispersión mencionada si se quiere estudiar, por ejemplo, la trascendencia de resultados distintos del valor necesario para cumplir una determinada exigencia.

El presente trabajo trata de la relación empírica que relaciona la resistencia a 7 días con la correspondiente a 28 días. Se consideraron como factores de poca influencia, entre otros, el tipo y proporción del árido, la dosis de cemento y la obra de origen. Se dio en cambio especial importancia a la condición de curado y de ensayo y al tipo de cemento.

### CONSIDERACIONES TEORICAS

Como hemos dicho, existen algunas fórmulas que se utilizan para inferir la resistencia a 28 días a partir de la resistencia a 7 días. Entre las más conocidas está la fórmula de GRAF citada por HUMMEL<sup>1</sup> en que:

$$R_{28} = (1,7 R_7 + p) \dots\dots\dots (1)$$

donde p es un valor que varía entre 10 y 60 kg/cm<sup>2</sup> para probetas cúbicas.

Otra fórmula, de procedencia americana<sup>2</sup>, citada por HUMMEL es:

$$R_{28} = R_7 + g \sqrt{R_7} \dots\dots\dots (2)$$

donde, para unidades métricas, g puede variar entre 5 y 11.

También podemos citar la fórmula de RÖS<sup>1,3</sup> que, aunque es más general, se ha utilizado para este efecto:

$$R_{28} = R_T \frac{b + T^{2/3}}{fT^{2/3}} \dots\dots\dots (3)$$

$R_T$  es la resistencia del hormigón a T días y b y f son coeficientes que dependen del aglomerante y de la consistencia del hormigón.

En el estudio de nuestros datos hemos tratado de utilizar las fórmulas citadas; sin embargo los ajustes no resultaron satisfactorios y debimos buscar otras expresiones.

La citada fórmula de GRAF puede ser deducida de la que BOLOMEY ha dado para inferir la resistencia a la compresión del hormigón. Esta última es:

$$R = A \left( \frac{c}{a} - m \right) \dots\dots\dots (4)$$

es que A es un coeficiente que depende de la calidad del cemento y edad del hormigón, c/a es la relación cemento-agua, en peso, y m un valor que, para el caso de la resistencia a 28 días, vale cerca de 0,5.

Si ponemos

$$R_7 = A_1 \left( \frac{c}{a} - m_1 \right)$$

$$R_{28} = A_2 \left( \frac{c}{a} - m_2 \right)$$

y eliminamos entre ambas  $\frac{c}{a}$ , queda:

$$R_{28} = \frac{A_2}{A_1} R_7 + A_2 (m_1 - m_2) \dots\dots\dots (5)$$

que es de la misma estructura que la fórmula de GRAF.

Si consideramos ahora la fórmula de ABRAMS para determinar la resistencia a la compresión:

$$R = \frac{M}{B^{a/c}} \dots\dots\dots (6)$$

en que  $\frac{a}{c}$  es la razón agua-cemento (en volúmenes) y B y M son coeficientes que dependen entre otros factores de la calidad del cemento y edad del hormigón, y ponemos:

$$R_{28} = \frac{M_1}{B_1^{a/c}}$$

$$R_7 = \frac{M_2}{B_2^{a/c}}$$

si eliminamos  $\frac{a}{c}$  entre ambas ecuaciones se obtiene:

$$R_{28} = K_2 R_t^{K_1} \dots\dots\dots (7)$$

donde:

$$K_1 = \frac{\log B_1}{\log B_2} \quad \text{y} \quad \log K_2 = \frac{\log M_1 \log B_2 - \log M_2 \log B_1}{\log B_2}$$

El empleo de esta fórmula nos ha dado resultados aceptables, como mostraremos más adelante. Tal vez la ventaja que muestra sobre la expresión que se obtiene a partir de la fórmula de BOLOMEY (fórmula de GRAF) se deba a que la fórmula de ABRAMS ajusta mejor para valores extremos de la variable  $\frac{a}{c}$ .

La fórmula (7) la podemos escribir en la forma más general  $R_T = K_2 R_t^{K_1}$ , donde  $R_T$  y  $R_t$  son resistencias a la compresión de hormigones a T y t días respectivamente, y en la cual la única condición necesaria para que se verifique es que cada una de las resistencias cumpla con la fórmula de ABRAMS.

### DATOS UTILIZADOS

Los datos que hemos empleado provienen de obras controladas por el IDIEM. Las probetas en su totalidad eran cubos de 20 cm de arista. Cada muestra de hormigón estaba formada por 3 cubos provenientes de una misma descarga de betonera, de los cuales uno se ensayaba a 7 días y los dos restantes a 28 días.

La mayor parte del hormigón considerado proviene de obras de la ciudad de Santiago, que emplean agregado similar al extraído del río Maipo. El curado corresponde en general a 7 días bajo agua o arena húmeda y el resto al aire ambiente. Las probetas a 28 días se ensayaron secas.

Para el estudio se consideraron por separado hormigones confeccionados con distintos tipos de cemento. Sólo se tomaron en cuenta cementos que, hasta mayo de 1962, dieron lugar a un número de muestras superior a 100.

Los nombres comerciales de los cementos que figuran en este estudio son los siguientes:

Cemento Melón tipo A  
 Cemento Melón Extra  
 Cemento Súper Melón  
 Cemento Polpaico Especial  
 Cemento Polpaico Especial 400

El número de muestras de hormigón de que se dispuso en cada uno de estos tipos de cemento fue variable y dependió de diversos factores, en especial de la antigüedad de fabricación de cada tipo de cemento.

Para un mismo tipo de cemento estudiado no se hicieron separaciones por concepto de dosis de cemento ni por otros factores tales como tipo y proporción de árido, obra de origen del hormigón, etc; las variaciones que pudieran provenir por esta razón quedaron incorporadas en la dispersión propia de la regresión.

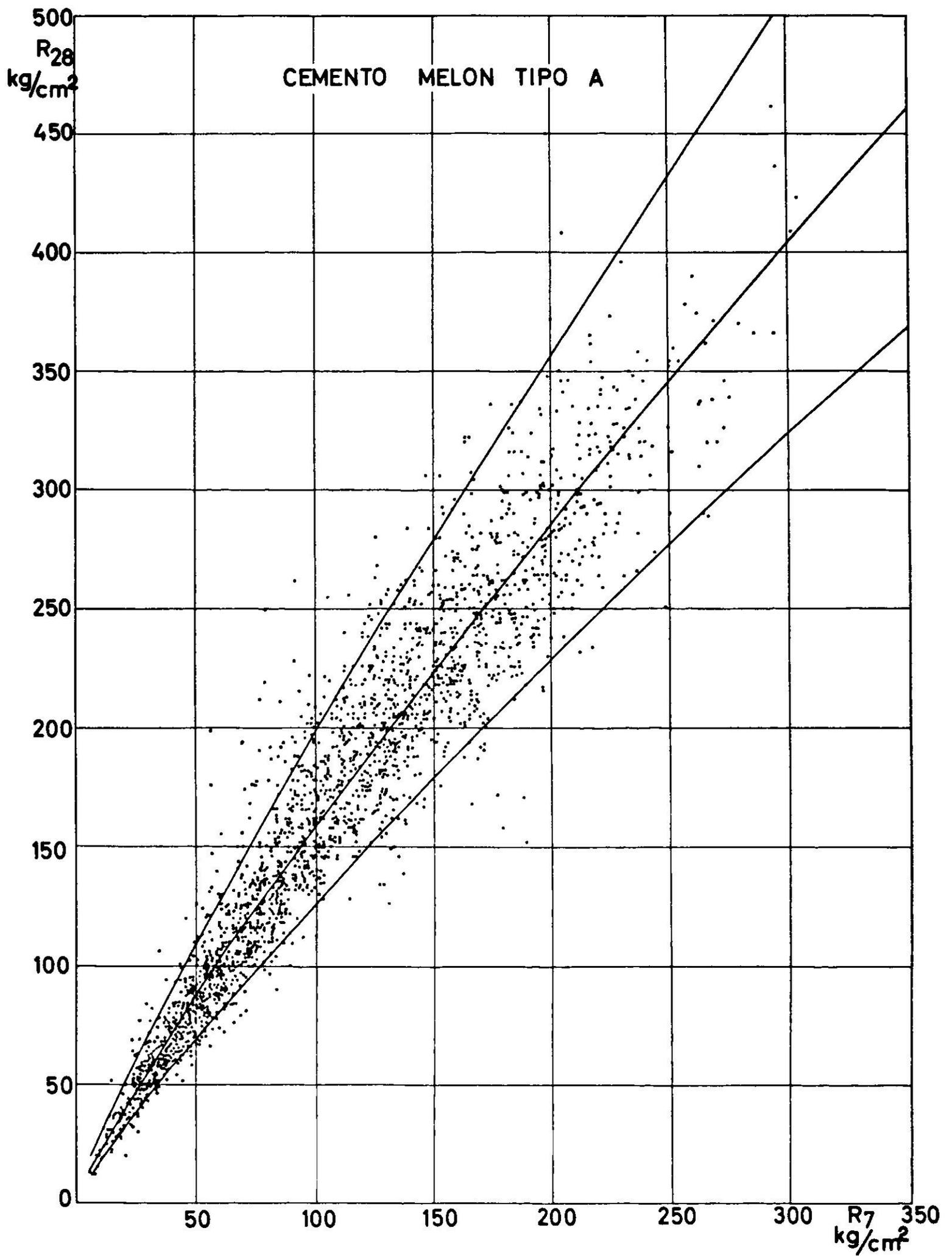


Fig. 1. Relación entre las resistencias a 7 y 28 días de hormigones confeccionados con cemento Melón tipo A y límites de confianza 90%. Número de muestras  $N = 2061$ .

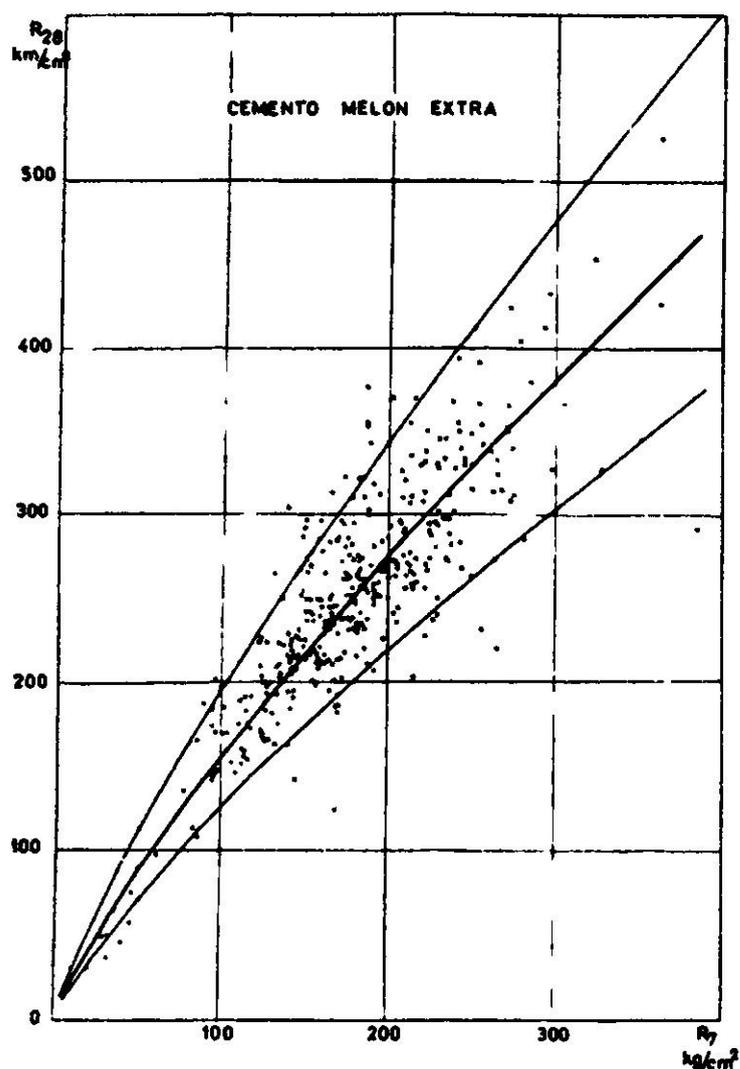


Fig. 2. Relación entre las resistencias a 7 y 28 días de hormigones confeccionados con cemento Melón Extra y límites de confianza 90%. Número de muestras  $N = 347$ .

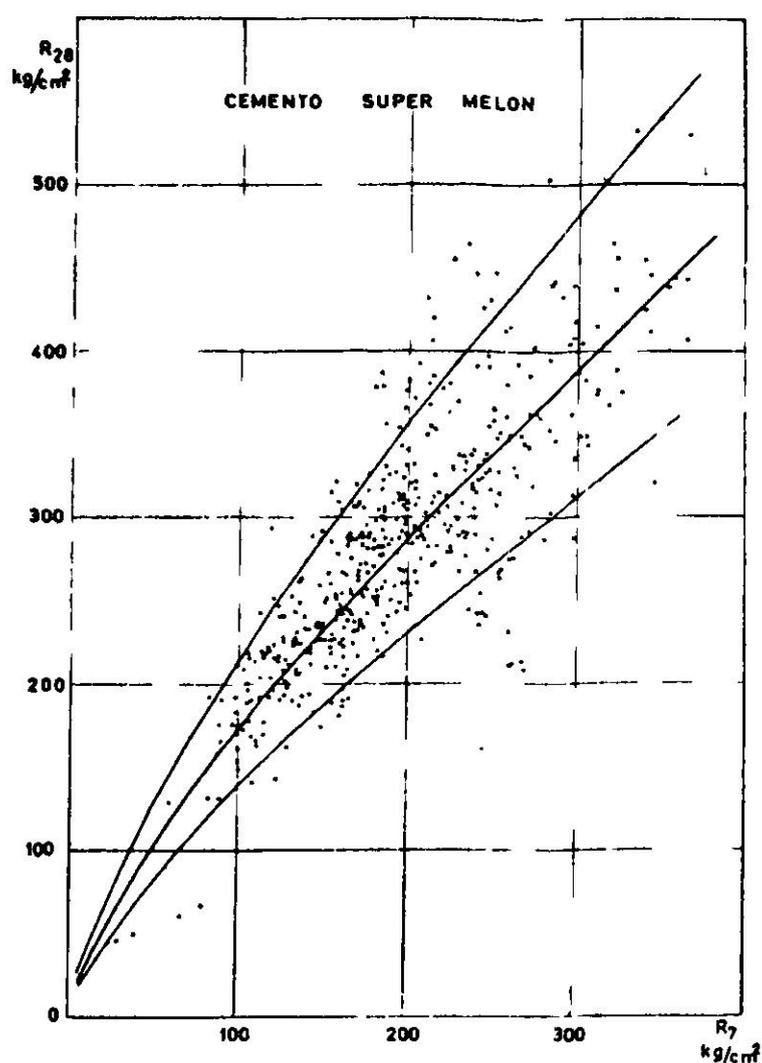


Fig. 3. Relación entre las resistencias a 7 y 28 días de hormigones confeccionados con cemento Súper Melón y límites de confianza 90%. Número de muestras  $N = 442$ .

## RESULTADOS

En las Figs. 1 a 5 se han representado por medio de puntos los resultados de ensayos a la compresión a 7 y 28 días y se han dibujado las líneas de regresión calculadas.

Como medio de indicar la dispersión, se han dibujado a cada lado de la línea de regresión dos líneas límites de modo que dada una resistencia  $R_7$ , exista con un 90% de probabilidad de que, para esa abscisa, el valor correspondiente a  $R_{28}$  caiga entre ambas líneas límites. Por ejemplo, en el caso del cemento Melón tipo A, para una resistencia  $R_7$  igual a  $100 \text{ kg/cm}^2$  el valor más probable de  $R_{28}$  es  $158 \text{ kg/cm}^2$  y existe una probabilidad de 90% de que dicho  $R_{28}$  quede entre los límites que para esa abscisa valen  $125$  y  $198 \text{ kg/cm}^2$ . (Podemos agregar que también se puede decir que hay un 95% de probabilidad de que el valor de  $R_{28}$  sea mayor que  $125 \text{ kg/cm}^2$ , o que hay un 95% de probabilidad de que sea menor que  $198 \text{ kg/cm}^2$ ).

La misma línea de regresión y los mismos límites pueden utilizarse, en es-

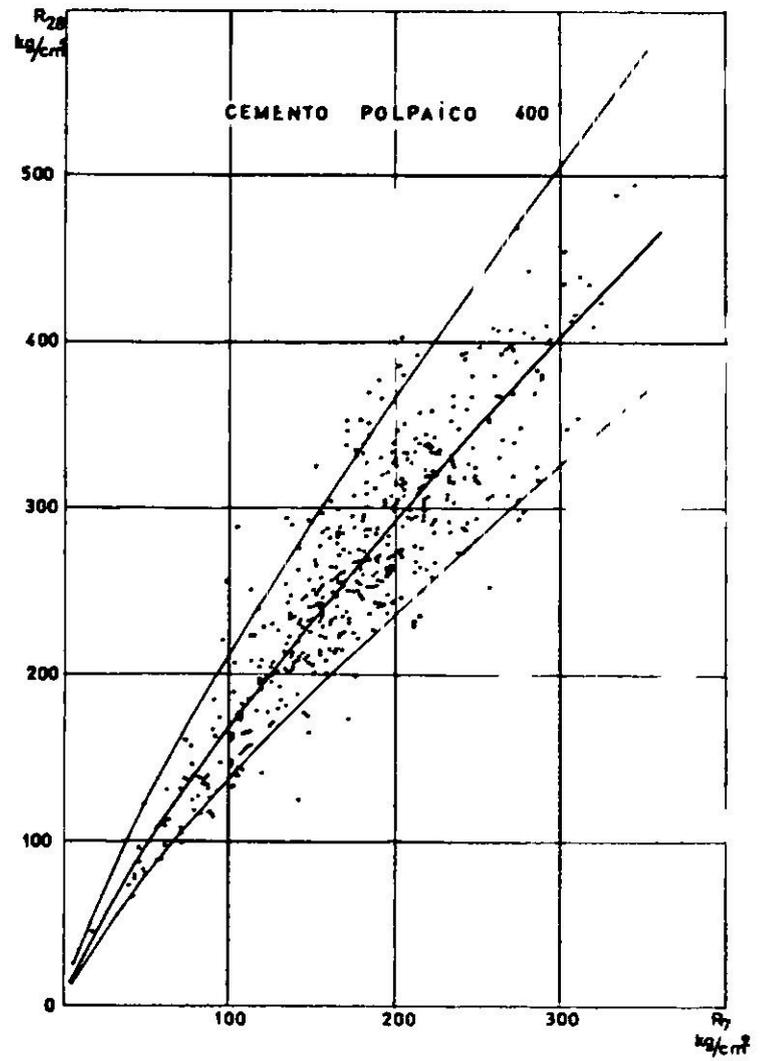
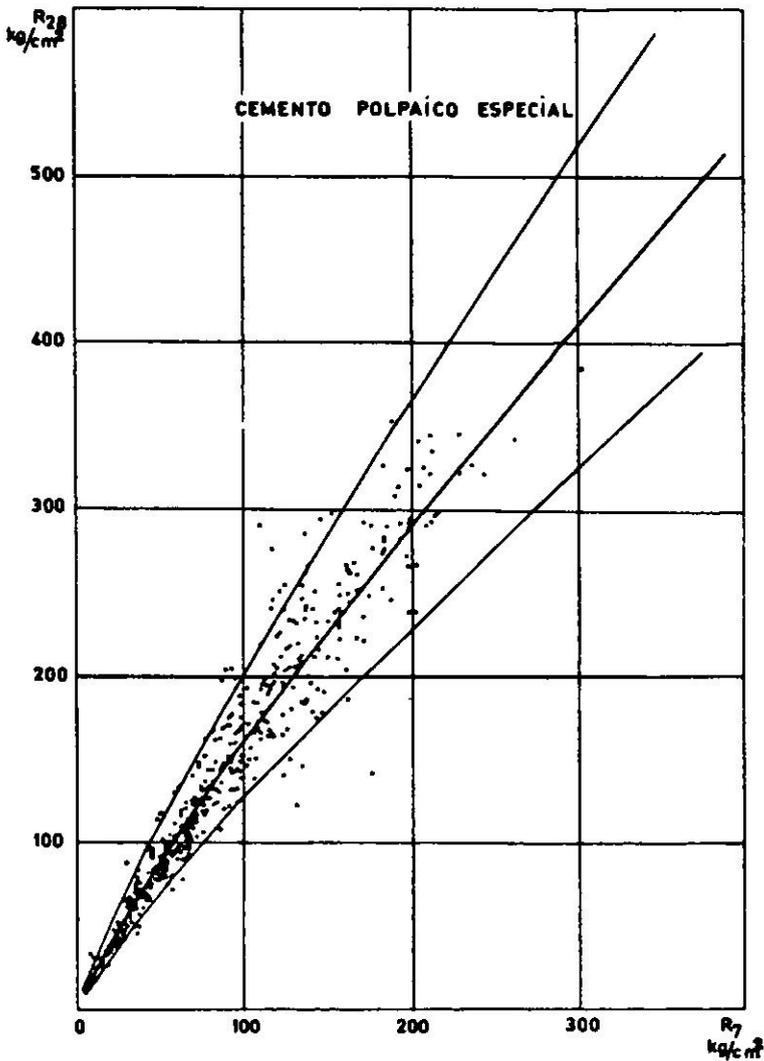


Fig. 4. Relación entre las resistencias a 7 y 28 días de hormigones confeccionados con cemento Polpaico Especial y límites de confianza 90%. Número de muestras N = 408.

Fig. 5. Relación entre las resistencias a 7 y 28 días de hormigones confeccionados con cemento Polpaico Especial 400 y límites de confianza 90%. Número de muestras N = 482.

te caso con bastante aproximación, si dado un valor de  $R_{28}$  se trata de estimar el valor de  $R_7$  mínimo necesario para que resulte un valor igual o mayor al de  $R_{28}$ . Por ejemplo, en el mismo gráfico mencionado queremos averiguar qué resistencia mínima podemos tolerar a 7 días para obtener, con 95% de probabilidad, un  $R_{28}$  igual o mayor a 150 kg/cm<sup>2</sup>. Por  $R_{28}$  igual a 150 kg/cm<sup>2</sup> trazamos una línea paralela al eje de las abscisas, esta línea corta a la línea límite más baja en 122 kg/cm<sup>2</sup> aproximadamente: éste es el valor mínimo buscado.

Las ecuaciones de las líneas de regresión son las siguientes:

- Cemento Melón tipo A :  $R_{28} = 3,133 R_7^{0,853}$  ..... (8)
- Cemento Melón Extra :  $R_{28} = 3,890 R_7^{0,804}$  ..... (9)
- Cemento Súper Melón :  $R_{28} = 5,610 R_7^{0,742}$  ..... (10)
- Cemento Polpaico Especial :  $R_{28} = 3,119 R_7^{0,856}$  ..... (11)
- Cemento Polpaico Especial 400 :  $R_{28} = 4,446 R_7^{0,789}$  ..... (12)

## DISCUSION DE LOS RESULTADOS

### Análisis de la dispersión.

Como hemos dicho, los datos que hemos analizado provienen de diversas obras y cada punto está definido por el resultado de ensayo a compresión de un cubo a 7 días y dos a 28 días.

Los datos que hemos presentado en las Figs. 1 a 5 muestran una cierta dispersión respecto de la línea de regresión; para un valor dado de  $R_7$  la varianza total  $V(R)$  se puede descomponer en la varianza de la regresión propiamente tal ( $S_R^2$ ), más una varianza resultante de la combinación de los errores de confección y ensayo de las probetas a 7 y 28 días ( $S_F^2$ ):

$$V(R) = S_R^2 + S_F^2$$

Por la forma como se efectúa el control, las varianzas de la confección y ensayo de las probetas, tanto a 7 como a 28 días (cuya combinación de lugar a  $S_F^2$ ), se pueden descomponer en la forma esquemática:

$$S^2 = \frac{s_1^2 + s_2^2}{n} + s_3^2$$

en que:

$s_1^2$  = varianza debida a diferencias en la confección de cubos compañeros,

$s_2^2$  = varianza debida al ensayo de compresión propiamente tal,

$s_3^2$  = varianza debida a diferencias de curado de las muestras, y

$n$  = número de probetas compañeras ensayadas a la misma edad; en nues-

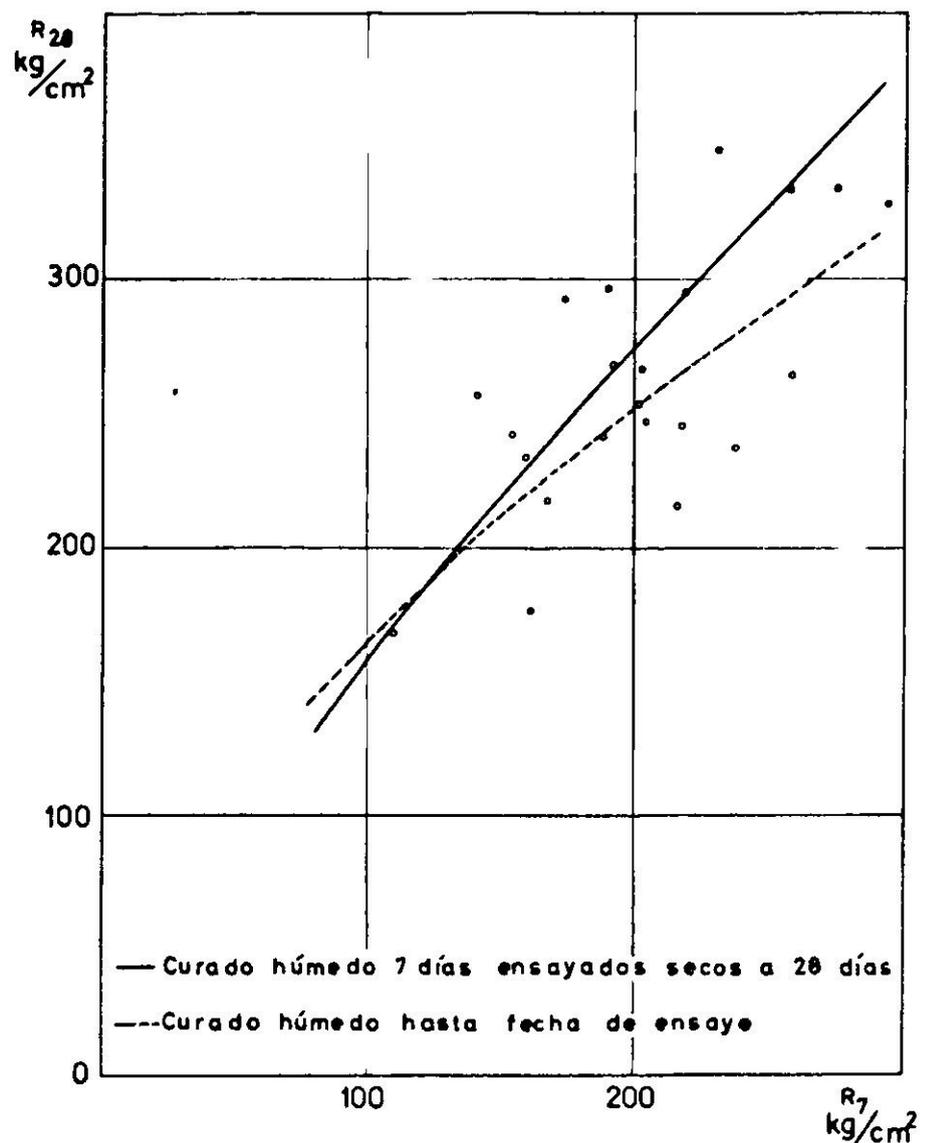


Fig. 6. Influencia de la condición de curado en la relación entre resistencias a 7 y 28 días. Los puntos corresponden a probetas confeccionadas con cemento Melón Extra conservadas húmedas hasta el momento de ensayo. La curva resultante difiere de la obtenida en la Fig. 2. (línea continua).

tro caso, para la resistencia a 7 días,  $n = 1$ , y para la resistencia a 28 días,  $n = 2$ .

El factor constituido por  $s_1^2 + s_2^2$  se manifiesta en el control corriente por las diferencias obtenidas al ensayar a una misma fecha probetas compañeras de una misma muestra. En el control del IDIEM, la desviación típica asignable a este conjunto de factores es del orden de  $0,08 \bar{R}$  (tanto en ensayos a 7 como a 28 días), siendo  $\bar{R}$  la resistencia media correspondiente. La influencia en la línea de regresión de este factor de variación se puede reducir si se aumenta la cantidad  $n$  de probetas.

El factor  $s_3^2$  no lo hemos avaluado cuantitativamente pero debe ser de importancia dada la diversidad de climas (y temperaturas) de nuestro país y los diferentes tipos de curado aplicables.

Hemos investigado en una de las regresiones indicadas la influencia proveniente de eliminar prácticamente la variación representada por  $s_1^2 + s_2^2$  (gran número de probetas compañeras ensayadas a la vez,  $n$  muy grande) y se ha visto que efectuada la corrección el nuevo coeficiente de regresión difiere muy poco del anterior. De modo que las fórmulas (8) a (12) se pueden emplear cualquiera que sea el número de cubos ensayados a 7 días.

#### *Aplicabilidad de la fórmula.*

La comparación entre sí de las fórmulas (8) a (12), calculadas para cada uno de los tipos de cemento citados, muestra la influencia del tipo de cemento en la relación estudiada. Naturalmente, también se obtienen diferencias si se someten las probetas a un curado diferente o se ensayan en condiciones diferentes (véase Fig. 6). Por estas razones las expresiones dadas, fórmulas (8) a (12), sólo son aplicables si se mantienen, para el caso de un determinado cemento, las condiciones de curado y ensayo que utiliza el IDIEM.

La expresión  $R_T = K_2 K_t^{K_1}$  puede tener un empleo más general ya que puede utilizarse para relacionar resistencias a compresión a diferentes edades, con la única limitación que en cada caso las resistencias cumplan con la fórmula de ABRAMS,  $R = \frac{M}{B^a c}$

### CONCLUSIONES

- 1.- En este trabajo se ha propuesto una nueva fórmula del tipo  $R_{28} = K_2 R_7^{K_1}$  para inferir la resistencia a compresión de hormigones a 28 días a partir de la resistencia a 7 días y se ha fundado teóricamente su deducción.

- 2.- La fórmula  $R_{28} = K_2 R_7^{K_1}$  se ajusta bien al caso de los hormigones confeccionados con cementos chilenos, con valores diferentes de los parámetros según el tipo de cemento.
- 3.- Las expresiones deducidas para los casos particulares sólo deben utilizarse cuando se mantienen los factores que se fijaron al obtener los datos, en nuestro caso: tipo de cemento y condiciones de curado y de ensayo.
- 4.- La fórmula del tipo  $R_T = K_2 R_t^{K_1}$  puede servir para relacionar resistencias de hormigones obtenidas en diferentes edades, condiciones de curado o de ensayo, siendo necesario para ello que ambos grupos de resistencias cumplan con la fórmula de ABRAMS  $R = \frac{M}{B^{a/c}}$

### RECONOCIMIENTO

El autor agradece la colaboración de los señores Eduardo ALVAREZ y Harry WILLIAMS, quienes proporcionaron toda la información respecto del control de hormigones que el IDIEM efectúa en las obras, y los valiosos consejos del ingeniero Atilano LAMANA en lo que atañe a la elaboración y presentación de los datos.

### BIBLIOGRAFIA

- 1.- HUMMEL, A. *Das Beton - ABC* W. Ernst und Sohn. Berlín 1959, p. 172-178.
- 2.- CRESKOFF, J. Estimating 28 - Day Strength of Concrete from Earlier Strengths - Including the Probable Error of the Estimate. *Journal of the American Concrete Institute*, vol. 16, (abril 1945) p. 493 - 512.
- 3.- RÖS, M. *La résistance des mortiers et bétons*. Laboratoire Fédéral d'Essai des Matériaux Annexe a l'Ecole Polytechnique de Zürich. Zürich, dic. 1925.

RELATION BETWEEN THE COMPRESSIVE STRENGTH OF  
CONCRETE AT 7 DAYS AND 28 DAYS

**SUMMARY:**

An expression of the form  $R_{28} = K_2 R_7^{K_1}$  derived from ABRAMS formula, is proposed to relate the compressive strength of concrete at 28 days to the strength at seven days.

Results of compression tests of concretes made of different brands of chilean cements were investigated through the proposed relation. More than 2.000 samples were considered for one of the cements and nearly 400 for the others cements studied.

The dispersion of results is analyzed and the conditions for which the formula holds are stated.