



## MODULO DE ELASTICIDAD DE HORMIGONES

Ernesto GOMEZ\*

María Soledad GATICA\*\*

### RESUMEN

*En este trabajo se determinó el módulo de elasticidad de hormigones de diferentes composiciones dentro del ámbito de resistencias más amplio posible con el objeto de obtener una buena estimación práctica de su magnitud con árido y cemento de uso corriente y además de comparar los resultados con los valores que se recomiendan o que se deducen de fórmulas que se proponen en varias normas.*

### INTRODUCCION

El módulo de elasticidad  $E$  del hormigón interviene en el cálculo de flechas y deformaciones en vigas y elementos similares, en el cálculo de rigideces en marcos múltiples y estructuras hiperestáticas en general. El calculista necesita tener una buena estimación anticipada del valor de  $E$  del hormigón que se usará en la estructura que va a calcular. En el hecho, tal hormigón todavía no existe y en la etapa de proyecto sólo se tiene una buena idea de la resistencia a la compresión que tendrá o que se quiere que tenga. Es por esto que siempre se ha buscado expresar el módulo de elasticidad del hormigón en función de su resistencia a la rotura por compresión.

El módulo de elasticidad o módulo de Young  $E$ , está claramente definido en los materiales que tienen una zona inicial de su diagrama tensión-deformación recta y en tal caso es la tangente del ángulo de inclinación de esa recta. El hormigón no cumple esa condición, ya que su diagrama es curvo desde el comienzo. En este caso se pueden definir varios módulos.

---

\* Investigador del IDIEM.

\*\* Ingeniero Civil, Universidad de Chile.

El módulo tangente en el origen  $E_o$ , que tiene significado sólo para tensiones pequeñas y cuya determinación es insegura.

El módulo tangente en cualquier punto  $E_t$ , que se aplica sólo para un pequeño cambio de carga.

El módulo secante  $E_s$ , que está representado por la pendiente de la recta que une el origen y algún punto de la curva.

De todos éstos, el que tiene un significado más práctico y el de mayor uso es  $E_s$ , ya que representa la deformación media real determinada por una tensión dada en sollicitaciones estáticas de corta duración. Desde el punto de vista de su determinación experimental es el que está mejor definido. Además en el ámbito inicial de tensiones hay poca desviación entre la secante y la curva real.

Sin embargo no hay un criterio uniforme para determinar el módulo secante ya que el punto final está indefinido. Diversas normas o procedimientos establecen diferentes fracciones de la tensión de rotura para definir la secante. La norma ASTM la sitúa en el 0.4 de la tensión de rotura, RILEM y BS a un tercio de la tensión de rotura, otras normas o procedimientos consideran 0.15, 0.25, 0.50 de la tensión de rotura. El criterio más práctico y útil es definir el módulo de elasticidad secante con respecto a la tensión de servicio del hormigón considerada en el cálculo y ésta está muy cerca de un tercio de la rotura.

Hay que dejar bien sentado que nos referimos al módulo de elasticidad estático, válido sólo para cargas de corta duración. Cuando las cargas permanecen durante largo tiempo, las deformaciones aumentan progresivamente, debido el fenómeno de fluencia lenta, para cuyo cálculo no es aplicable el módulo de elasticidad estático. Sin embargo, es un procedimiento usual calcular esas deformaciones diferidas en función de las deformaciones estáticas, afectándolas de factores que dependen de la duración de la carga, del nivel de tensiones y de la humedad ambiente. Este es, por ejemplo, el criterio recomendado por CEB y dentro de este enfoque el conocimiento del módulo de elasticidad tiene plena aplicación.

### Valores de normas

Existen diversos criterios en las normas de diferentes países para estimar el módulo de elasticidad del hormigón en la etapa de proyecto, ellos se basan, en general, en suponer relaciones entre el módulo  $E$  y la resistencia a la rotura. Estos criterios dan lugar a resultados que no coinciden entre sí a pesar de que, a lo largo del tiempo, se han hecho esfuerzos por buscar expresiones concordantes.

Una revisión de las normas más conocidas o más aplicadas en relación con este aspecto dará un cuadro de cómo varían los valores propuestos.

La norma chilena de hormigón armado actualmente en vigencia, NCh 429, 1ª parte<sup>1</sup>, establece un valor fijo para  $E$ , de 140.000 kgf/cm<sup>2</sup> cuando se requiere determinar tensiones y dimensionar piezas y de 210.000 kgf/cm<sup>2</sup> para determinar reacciones hiperestáticas y calcular deformaciones. Estos valores se

basan directamente en los de la norma DIN 1045, que se mantuvieron por lo menos hasta su versión de 1967.

La norma ACI<sup>2</sup>, da la siguiente fórmula para el módulo  $E_c$ , en libras por pulgada cuadrada, psi, en función de la resistencia a la compresión cilíndrica a 28 días,  $f_c$ , en psi y del peso unitario del hormigón,  $w$ , en libras por pie cúbico:  $E_c = 33 w^{3/2} \sqrt{f_c}$ .

Esta fórmula corresponde a la propuesta por Adrian Pauw<sup>3</sup> quien estudió el módulo de elasticidad del hormigón en función de su resistencia y de su densidad, basándose en observaciones hechas por varios experimentadores que indicaban que el módulo de elasticidad del hormigón liviano es considerablemente menor que el módulo del hormigón de peso normal para resistencias a la compresión comparables. Sobre esta base propuso una expresión de la forma  $E = a w^{3/2} \sqrt{f_c}$  y analizando estadísticamente los valores experimentales por el método de los mínimos cuadrados, Pauw encontró el valor de la constante  $a = 33$ , y estableció la expresión ya citada, válida para hormigones con resistencias cilíndricas mayores que 2500 psi (175 kgf/cm<sup>2</sup>).

Como se ve, esta fórmula fue deducida por un procedimiento estadístico de ajuste de una curva a datos experimentales, o sea tiene un origen netamente empírico y no tiene un fundamento teórico, por lo menos explícito. En el hecho, no se intenta una explicación de que el módulo depende solamente de la resistencia del hormigón y de su densidad, aunque intuitivamente es lícito suponer que debe depender de ambos. Hay que tener presente que la contribución primordial y más valiosa de Pauw fue introducir el factor densidad en la fórmula y aceptó sin modificación que la influencia de la resistencia era en función de la raíz cuadrada, que ya había sido propuesta por Walker en 1920<sup>4</sup>.

Posteriormente la fórmula de Pauw fue puesta a prueba en diversas ocasiones, con los datos experimentales de muchos laboratorios de Estados Unidos, incluyendo muestras ensayadas por diferentes métodos, en un ámbito de resistencias de 140 a 455 kgf/cm<sup>2</sup> y de densidades de 1.3 a 2.46 t/m<sup>3</sup>, y se verificó que había concordancia prácticamente aceptable.<sup>5</sup>

La norma del Comité Europeo del Hormigón, CEB<sup>6</sup>, presenta 2 fórmulas: una para hormigón de peso normal,

$$E_c = \sqrt[3]{f_{ck} + 8}$$

y otra para hormigón de peso liviano,

$$E_c = 9500 \left( \frac{\rho}{2400} \right)^2 \sqrt[3]{f_{ck} + 8}$$

en que  $E_c$  es el módulo secante, en MPa, correspondiente a una tensión final de entre 0.4 y 0.5 de la resistencia característica,  $f_{ck}$ , del hormigón para una fracción defectuosa de 5% expresada en MPa y determinada en probetas

cilíndricas de 15 cm de diámetro y 30 cm de altura y  $\rho$  es la densidad del hormigón en  $\text{kg}/\text{m}^3$ .

Las fórmulas presentadas por CEB, según toda la información que hemos consultado, son empíricas. Se diferencian de la de Pauw en que atribuyen menor influencia a la resistencia en el valor de E, ya que las hacen depender de la raíz cúbica de aquélla en lugar de la raíz cuadrada.

La norma alemana DIN 1045<sup>6</sup> asigna un valor fijo al módulo de elasticidad del hormigón para cada clase de resistencia,  $B_n$ , para áridos normales según DIN 4226 para el cálculo de deformaciones bajo la carga de servicio. Estos valores se presentan en la Tabla I.

TABLA I  
VALORES DE E SEGUN DIN 1045

Clase de hormigón	$B_n$ 100	$B_n$ 150	$B_n$ 250	$B_n$ 350	$B_n$ 450	$B_n$ 550
$E \times 10^3$ $\text{kgf}/\text{cm}^2$	220	260	300	340	370	390

La resistencia definida por cada clase corresponde al valor mínimo aceptado en una muestra de 3 cubos, a la cual se exige una media  $50 \text{ kgf}/\text{cm}^2$  superior al mínimo.

Esta tabla proviene de una relación empírica cuyo origen está probablemente en un trabajo de Otto Graf<sup>7</sup>, en el cual se propone una fórmula obtenida de la curva media de más de 600 ensayos en un ámbito de resistencias de 100 a  $600 \text{ kgf}/\text{cm}^2$ :

$$E = \frac{1.000.000}{1.7 + (1/K) \times 300} \quad \text{en } \text{kgf}/\text{cm}^2$$

$K$  = resistencia prismática a la compresión a 28 días, que en un trabajo posterior Otto Graf<sup>8</sup> reemplazó por otra un poco diferente a la anterior:

$$E = \frac{1.000.000}{1.7 + (1/W_b) \times 360}$$

$W_b$  = resistencia cúbica a la compresión a 28 días.

Con ésta fórmula se obtienen los valores de la Tabla II.

TABLA II  
VALORES DE E SEGUN LA FORMULA DE O. GRAF<sup>8</sup>

Clase de hormigón	$B_n$ 100	$B_n$ 150	$B_n$ 250	$B_n$ 350	$B_n$ 450	$B_n$ 550
$E \times 10^3$ $\text{kgf}/\text{cm}^2$	190	270	318	365	400	425

que son bastantes parecidos a los de DIN 1045, pero no coincidentes.

Hay que hacer notar que en esa última publicación<sup>8</sup>, Graf señala que influye mucho la calidad de los áridos en el módulo de elasticidad del hormigón, y eso lo muestra en un ejemplo, en que para hormigones de igual resistencia ( $B_n$  750) uno de ellos preparado con arena y grava del Rin y el otro con arena del Rin y grava basáltica, los módulos fueron 330.000 y 468.000 kgf/cm<sup>2</sup> respectivamente. La influencia de la naturaleza de los áridos en el módulo de elasticidad del hormigón está suficientemente probada por muchas experiencias. En 1931 Noble<sup>9</sup> encontró que hormigones de igual composición y semejante resistencia a la compresión tenían módulos de 350.000 psi con áridos de piedra caliza, de 4700 000 psi con áridos de arenisca y de 6400 000 psi con pedernal. Comenta que la influencia del árido sobre el módulo de elasticidad es tan marcada que no puede dejarse de tenerlo en cuenta en el diseño del hormigón armado.

La norma inglesa CP 110<sup>10</sup> relaciona el módulo de elasticidad con la resistencia cúbica del hormigón según los valores que se presentan en la Tabla III.

TABLA III  
VALORES DE E SEGUN BSI - CP 110

Resistencia N/mm <sup>2</sup>	20	25	30	40	50	60
Módulo de elasticidad, KN/mms	25	26	28	31	34	36

Para hormigones con agregados livianos, que tienen una densidad entre 1400 y 2300 kg/m<sup>3</sup>, los valores dados por la Tabla III deben multiplicarse por  $(D_c/2300)^2$ , donde  $D_c$  es la densidad del hormigón liviano.

La resistencia que considera la norma CP 110 es la característica con una fracción defectuosa de 5%, determinada a 28 días en probetas cúbicas de 15 cm de diámetro.

Los valores de la norma inglesa pueden estar relacionados con la raíz cuadrada de la resistencia. Así habría que deducirlo de la observación de la curva tensión deformación del hormigón que esa norma propone como típica, ya que en ella se estipula una pendiente en el origen de  $0.55\sqrt{f_{cu}/\gamma_m}$ , en que  $f_{cu}$  es la resistencia característica y  $\gamma_m$  un factor de minoración. Aplicando esa expresión se obtienen módulos semejantes a los propuestos por la norma.

### COMPARACION DE LOS VALORES DE NORMAS

Resulta de interés comparar los valores de  $E$  que se deducen de las distintas normas que hemos revisado.

En primer lugar hay que hacerse cargo de que tanto las resistencias como los

módulos están definidos en formas que difieren en algunos aspectos entre una norma y otra. En la Tabla IV se anotan las condiciones establecidas en cada una de las normas consideradas para definir la resistencia y el módulo.

TABLA IV  
CONDICIONES QUE DEFINEN LA RESISTENCIA Y EL MODULO EN DIVERSAS NORMAS

Normas		Chilenas	ACI	CEB	DIN	BSI
Resistencia	Molde	Cubo	Cilindro	Cilindro	Cubo	Cubo
	Dimensiones	20 cm	15 x 30 cm	15 x 30 cm	20 cm	15 cm
	Fracción defectuosa, FD	0.20 ...?	0.05	0.05	0.05	0.05
Módulo, E		?	Secante a 1/3 de rotura	Secante de 0.4 a 0.5 de rotura	Secante a 1/3 de rotura	En el origen...?

\* Supondremos módulo secante a 1/3 de la rotura.

En consecuencia hay que convertirlos a unos patrones uniformes, que elegiremos como sigue: resistencia media en cubo de 20 cm de arista y módulo secante a 1/3 de la rotura.

Las conversiones a cubo de 20 cm de arista,  $R_{20}$ , las haremos aplicando los siguientes equivalentes empíricos frecuentemente aceptados:

$$R_{cil} = 0.86 R_{20}$$

$$R_{15} = 1.05 R_{20}$$

El valor medio de la resistencia,  $R_{20}$ , correspondiente a una característica dada,  $R_{CK}$ , lo calcularemos aplicando las siguientes relaciones, según sean las fracciones defectuosas especificadas, y suponiendo un coeficiente de variación de 0.15:

$$\bar{R}_{20} = R_{CK} / (1 - 1.64 \times 0.15) \quad \text{para F.D.} = 0.05$$

$$\bar{R}_{20} = R_{CK} / (1 - 0.84 \times 0.15) \quad \text{para F.D.} = 0.20$$

Por último, supondremos que el módulo secante a 1/3 de la rotura es el 0.9 del módulo tangente en el origen, basándonos en algunos resultados experimentales obtenidos en IDIEM<sup>11</sup>.

Los resultados corregidos en términos de los patrones elegidos se anotan en la Tabla V.

TABLA V  
RESISTENCIAS MEDIAS CORREGIDAS A CUBO DE 20 cm DE ARISTA Y MODULOS CORREGIDOS A SECANTE A 1/3 DE LA ROTURA

Norma chilena		ACI		CEB		DIN		BSI	
$\bar{R}_{20}$ N/mm <sup>2</sup>	$E_s(0.99)$ KN/mm <sup>2</sup>								
21	21	27	21.2	19	25.8	13	22	25	23
26	21	32	23.2	26	27.4	20	26	32	24
34	21	38	25.1	31	28.8	33	30	38	25
		40	26	39	30.4	46	34	50	28
		43	26.8	46	31.9	60	37	63	31
		(53.8)	(30)	54	33.3	73	39	76	32
		(64.6)	(32.9)	69	35.7				
		(75.5)	(35.5)	77	36.8				

En la Fig. 1 se presentan gráficamente los valores de las normas consideradas convertidos, como se ha explicado, a resistencias medias equivalentes.

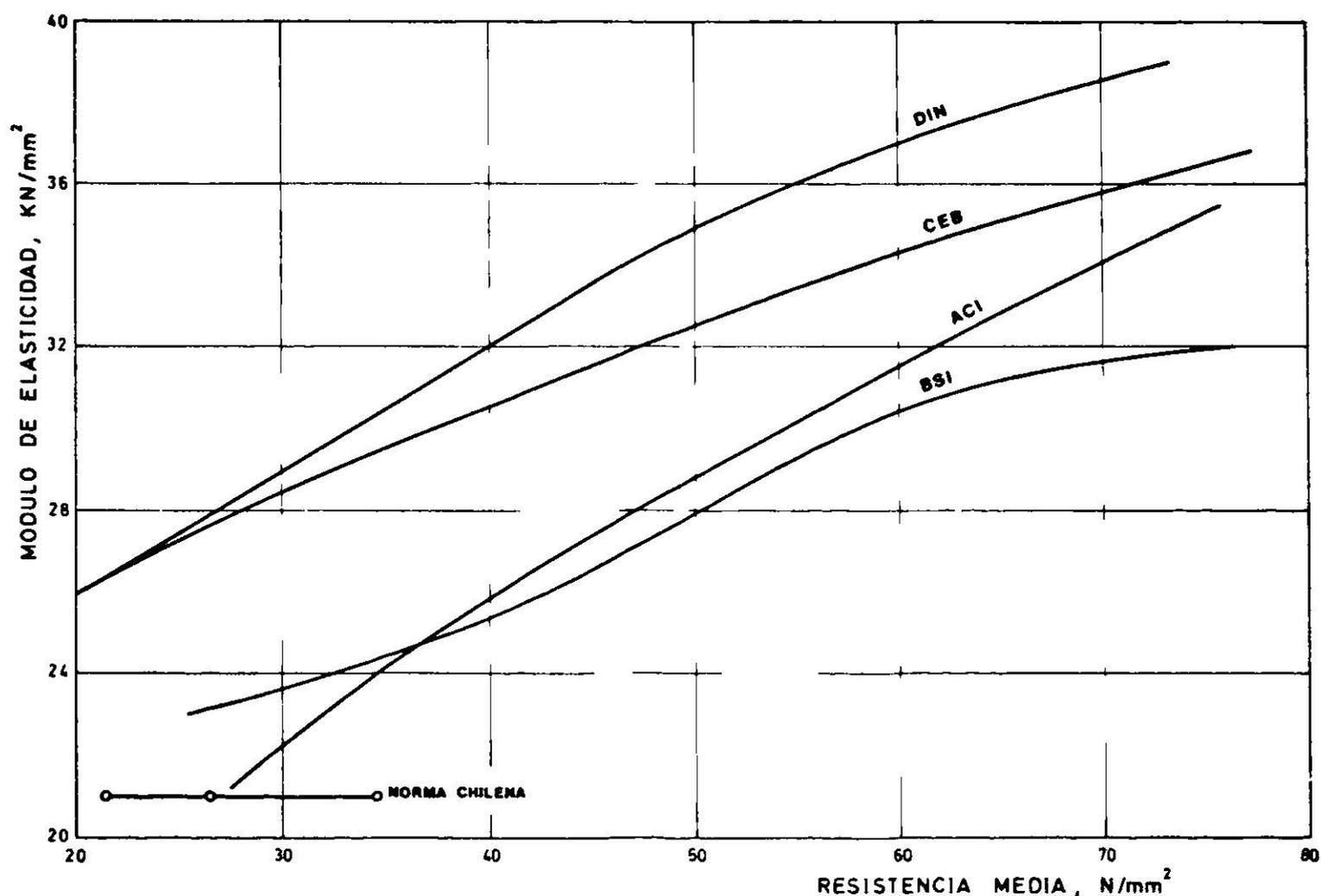


Fig. 1. Módulos de elasticidad en función de la resistencia media cúbica, de diferentes normas.

En esa figura salta a la vista que no hay concordancia entre las diferentes normas, y sí diferencias, que para resistencias bajas son casi de 40% y para las altas de más de 20%, entre el menor y el mayor valor de módulo.

Estas discrepancias son, con mucha probabilidad, el reflejo del hecho que no se ha investigado todavía cabalmente el conjunto de factores que influyen en el módulo de elasticidad del hormigón y que cada norma se ha colocado dentro del ámbito empírico restringido que corresponde a las condiciones imperantes en el país. Es más válida esta observación si recordamos la gran influencia que tiene la naturaleza de los áridos en el valor del módulo<sup>8,9</sup>.

No hay razón para preferir uno u otro de estos criterios tan dispares. Tampoco parece de beneficio buscar otra relación empírica más, con pretensiones de generalidad, que no la tendría si no se analizaran todos los factores que puedan intervenir en el módulo y si no se encontrara el alcance o la participación de cada uno de ellos.

Sin embargo, para los efectos del cálculo estructural puede ser suficiente con tener buenas estimaciones del módulo de elasticidad del hormigón confeccionado en las condiciones normales o más corrientes en la práctica nacional.

Con este objeto se realizó el programa experimental que se detalla en el capítulo siguiente, en el cual se midió el módulo de elasticidad de hormigones confeccionados con materiales y procedimientos que son los corrientemente utilizados en las prácticas constructivas del país.

## PROGRAMA EXPERIMENTAL

En estas experiencias se prepararon hormigones de las características que se describen más adelante para medirles el módulo de elasticidad a 28 días en probetas cilíndricas sometidas a curado normal.

Se variaron dos parámetros: la razón agua-cemento y la razón árido-cemento en el ámbito más amplio posible, incluyendo en el conjunto morteros y pastas de cemento de la misma composición que el del tipo de hormigón del que forman parte.

Adicionalmente se determinó el módulo de elasticidad de los áridos empleados en el hormigón.

### Materiales

#### Cemento

Se usó un cemento corriente que cumplía con la norma NCh 148.

#### Arido

Se usó agregado Arrip, separado en grava, gravilla y arena.

La grava, de 1 1/2" de tamaño máximo, era de partículas parcialmente chancadas, es decir, con parte del contorno redondeado de la piedra natural y planos de quiebre. Petrográficamente se compone de un 40% de andesitas, 38% de pórfidos granodioríticos, 17% de areniscas y 10% de tobas, brechas y lutitas<sup>12</sup>.

La gravilla, de tamaño comprendido entre el tamiz N° 4 y 3/4" ASTM, era en un 50% de formas redondeadas y el resto angulosas. Está formada por un 28% de andesitas, 18% de pórfidos granodioríticos, 17% de areniscas, 13% de tobas y el resto de brechas, lutitas y riolitas<sup>12</sup>.

La arena era de granos subangulosos a subredondeados. Se compone de 36% de monominerales, 36% de andesitas, 10% de sedimentarias, 10% de pórfidos granodioríticos y el resto de brechas y riolitas<sup>12</sup>.

La granulometría de cada una de las fracciones se presenta en la Fig. 2.

### Hormigón

#### Dosificación

Los parámetros que intervendrán en nuestro programa experimental, de acuerdo a la exposición anterior, variarán dentro de los siguientes límites: *razón agua-cemento* entre 0.35 y 0.75; *razón agregado-cemento* entre 2.3 y 8.1.

El ámbito de la razón agua-cemento se eligió por razones prácticas. El ámbito de la razón agregado-cemento cubre todo el campo de interés práctico.

Frente a la necesidad de variar la relación agregado-cemento en un ámbito amplio, se presenta el problema de tener que variar la granulometría de los agregados entre límites que pueden ser también amplios.

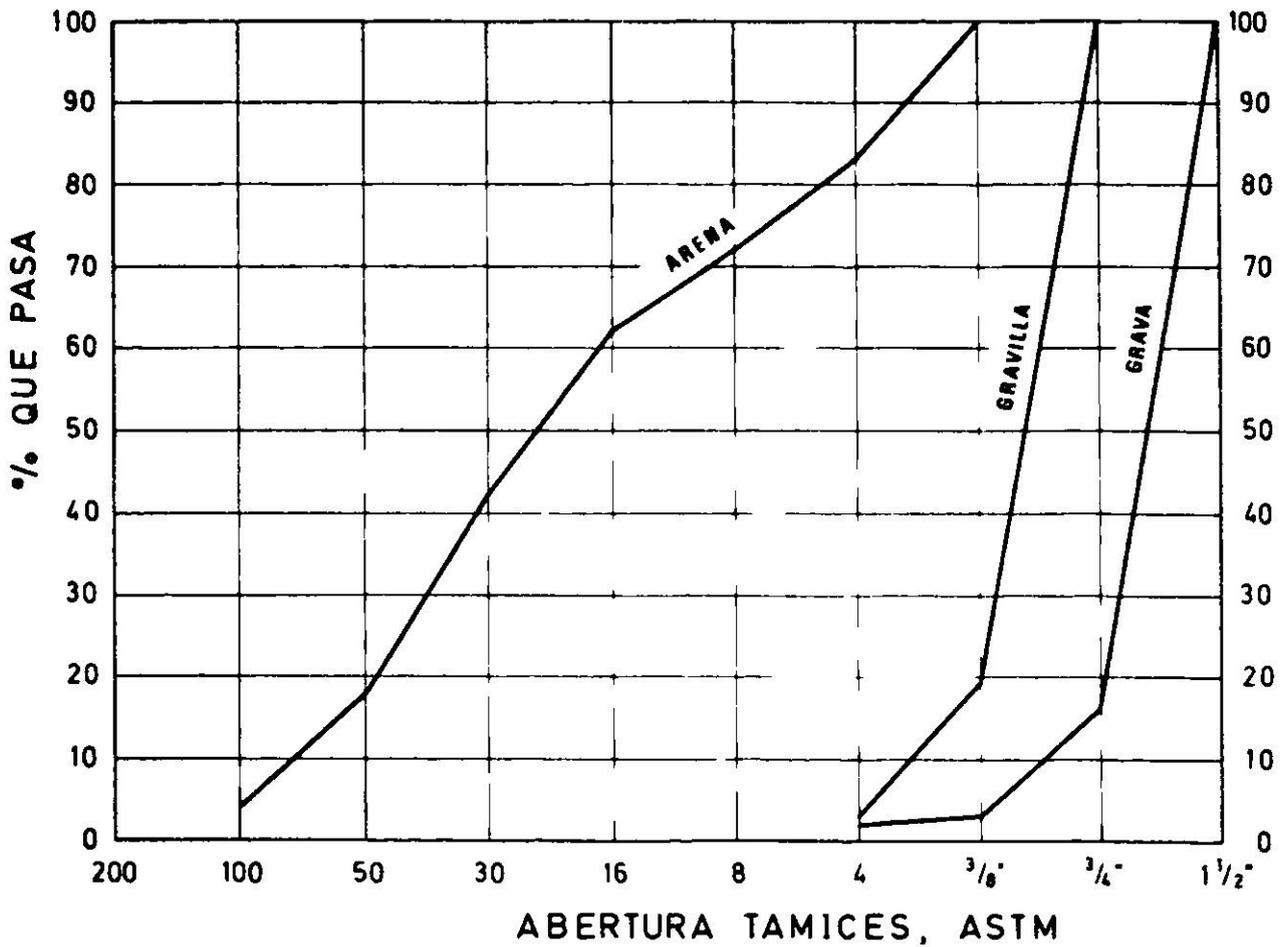


Fig. 2. Curvas granulométricas de los áridos usados.

Los métodos más usados de dosificación suponen granulometrías relativamente fijas y no son por ello adecuados para este problema. Existe un método muy apropiado para este propósito que aparece en DSIR # 4<sup>13</sup>, el cual dosifica en función de la razón agua-cemento, razón agregado-cemento y de la granulometría de los áridos, que son los factores que nos interesa variar.

En este método se incluyen 4 curvas granulométricas para áridos con tamaño máximo de 1 1/2", que es el del árido que se usará, según lo muestra la Fig. 3.

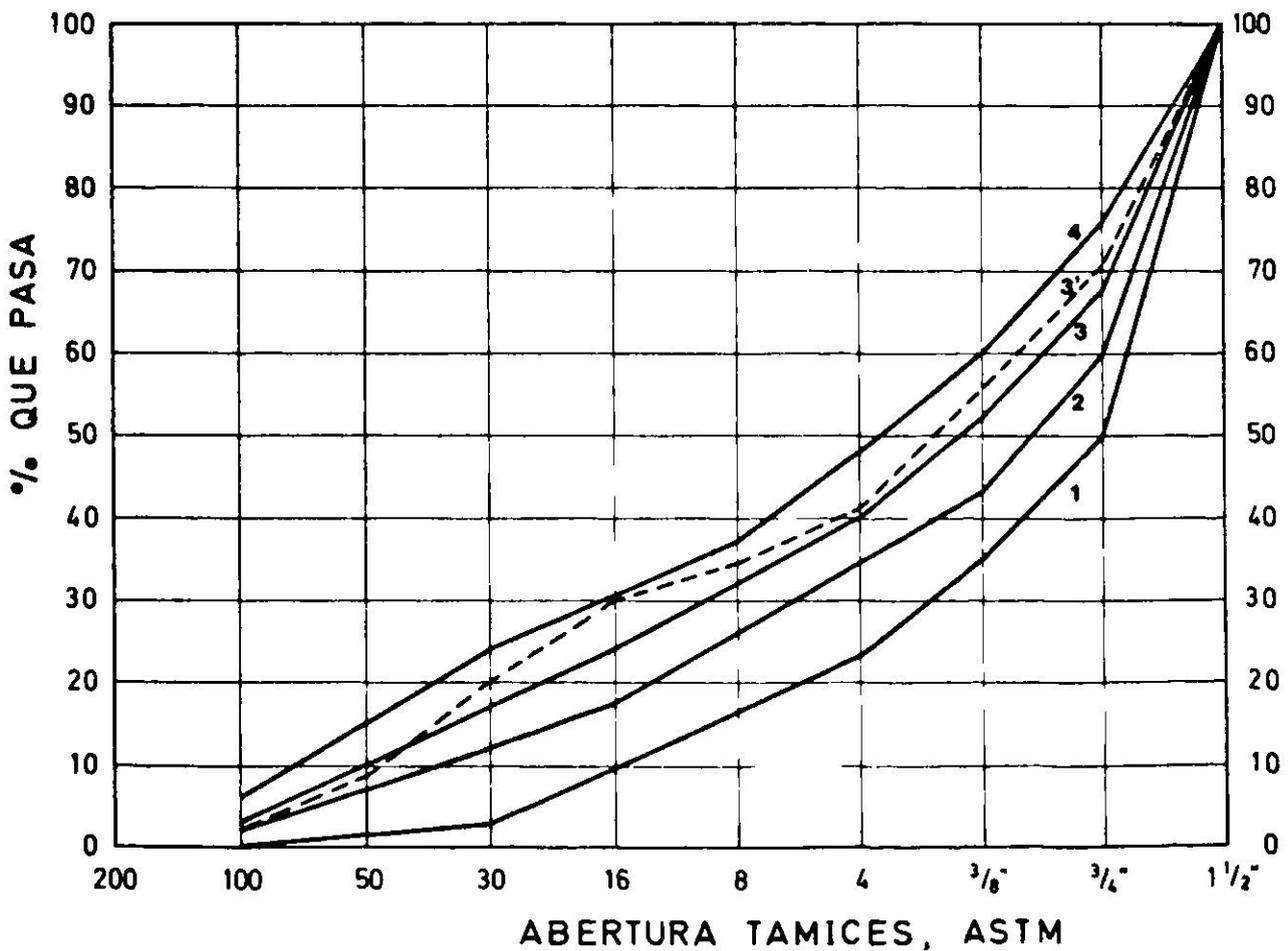


Fig. 3. Curvas granulométricas del método DSIR Road # 4.

En nuestro programa se usó la curva 1, que corresponde a granulometría gruesa, y otra muy cercana a la curva 3, que está señalada con línea de trazos en la figura, y designada con 3', que está en la zona de graduación fina.

De la tabla de dosificaciones presentada por este método<sup>1, 2</sup>, se eligieron algunos casos extremos: hormigones de muy baja y de alta trabajabilidad.

Entre los hormigones de muy baja trabajabilidad se puede variar la razón agua-cemento de 0.35 a 0.55 y la razón agregado-cemento de 4.0 a 8.1.

Entre los hormigones de alta trabajabilidad se puede variar la razón agua-cemento de 0.35 a 0.75 y la razón agregado-cemento de 2.3 a 8.0.

En las tablas VI y VII se presentan las dosificaciones de los hormigones usados en la serie experimental.

TABLA VI

DOSIFICACION DE LOS HORMIGONES DE MUY BAJA TRABAJABILIDAD

Designación	A/C	Agr/C	Cemento	Agua	Grava	Gravilla	Arena
			kg/m <sup>3</sup>				
A	0.35	4.0	455	159	1074	255	491
B	0.40	5.3	366	146	1144	272	524
C	0.45	6.5	309	139	1185	281	542
D	0.50	7.7	268	134	1218	289	557
E	0.55	8.1	255	140	785	310	971

TABLA VII

DOSIFICACION DE HORMIGONES DE ALTA TRABAJABILIDAD

Dosificación	A/C	Agr/C	Cemento	Agua	Grava	Gravilla	Arena
			kg/m <sup>3</sup>				
F	0.35	2.3	642	225	517	251	709
G	0.40	3.1	525	210	570	277	781
H	0.45	4.0	437	197	612	297	839
I	0.50	4.8	379	190	637	309	873
J	0.55	5.5	339	187	653	317	895
O	0.65	6.9	280	182	676	328	927
Q	0.75	8.0	245	184	686	333	941

Se prepararon morteros equivalentes al del hormigón, es decir, de igual composición que la que resulta de quitarle a éste la grava y gravilla, cuyas composiciones se dan en las Tablas VIII y IX.

Se prepararon además, pastas de cemento con razón agua-cemento de 0.35 a 0.55, como se muestra en la Tabla X.

**TABLA VIII**  
**DOSIFICACION DE LOS MORTEROS DE MUY BAJA TRABAJABILIDAD**

Designación	A/C	Agr/C	Cemento	Agua	Arena
			kg/m <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>
AA	0.35	1.08	864	302	935
CC	0.45	1.75	655	293	1144
EE	0.55	3.81	418	230	1592

**TABLA IX**  
**DOSIFICACION DE LOS MORTEROS DE ALTA TRABAJABILIDAD**

Designación	A/C	Agr/C	Cemento	Agua	Arena
			kg/m <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>
K	0.35	1.10	873	306	965
L	0.40	1.49	745	298	1108
M	0.45	1.92	638	288	1224
N	0.50	2.30	571	285	1309
P	0.55	2.64	516	284	1359
Y	0.65	3.31	435	282	1436
Z	0.75	3.84	380	287	1469

**TABLA X**  
**DOSIFICACION DE LAS PASTAS DE CEMENTO**

Designación	A/C	Cemento	Agua
		kg/m <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>
R	0.35	1440	504
U	0.40	1343	537
S	0.45	1259	566
X	0.50	1184	592
T	0.55	1118	615

### PREPARACION Y METODO DE ENSAYO

Se aplicó el procedimiento de preparación y el método de ensayo recomendado por la RILEM<sup>1 4</sup>.

Limitando la exposición a sus aspectos fundamentales se prepararon 6 cilindros para cada dosificación. Se compactaron por vibración los de baja trabajabilidad y manualmente los otros, y pasadas las 16 horas de elaborados

se colocaron en cámara húmeda de más de 90% H.R. y de  $19 \pm 3^{\circ}\text{C}$  de temperatura, durante 28 días, hasta la fecha de ensayo. Antes del ensayo la cara superior de cada probeta se cubrió con una capa de alisado.

Tres de los cilindros se rompieron por compresión para determinar la resistencia media y los tres restantes se sometieron a ciclos de carga entre  $4.5 \text{ kgf/cm}^2$  y  $1/3$  de la tensión de rotura hasta que las deformaciones, medidas por medio de un extensómetro de  $5 \times 10^{-6}$  de precisión, se estabilizaran. El ciclo final se usaba para determinar el módulo. Después de ese ciclo la carga se aumentaba hasta la rotura. La resistencia a la compresión de los cilindros a los que se les midió el módulo no difirió en ningún caso más de 20% de la resistencia media de los otros tres.

Como resultado de los ensayos se tomaron la media de las resistencias y la media de los módulos.

El módulo de elasticidad de los áridos se midió en probetas cilíndricas de 4.76 cm de diámetro y alturas que variaron entre 11.5 y 12.7 cm.

## Resultados

Los resultados de estos ensayos se presentan en la Tabla XI.

TABLA XI  
RESULTADOS DE LOS ENSAYOS

Densidad	A/C	Ag/C	$V_A/V_P$	Compac- tación	Densidad t/m <sup>3</sup>	Porosidad l/m <sup>3</sup>	$\bar{R}$ N/mm <sup>2</sup>	$\bar{E}$ KN/mm <sup>2</sup>
H - A	0.35	4.0	1.78	V - 35s	2.47	60	39.1	35.9
H - B	0.40	5.3	2.13	V - 40s	2.48	63	32.8	34.6
H - C	0.45	6.5	2.33	V - 35s	2.49	72	31.3	34.4
H - D	0.50	7.7	2.57	V - 40s	2.49	71	21.6	32.7
H - E	0.55	8.1	2.57	V - 25s	2.45	68	25.7	33.1
H - F	0.35	2.3	1.04	Ma - 9 cm	2.35	69	42.3	31.8
H - G	0.40	3.1	1.27	Ma - 6 cm	2.39	80	42.7	34.0
H - H	0.45	4.0	1.44	Ma - 6 cm	2.41	100	39.6	33.5
H - I	0.50	4.8	1.63	Ma - 9 cm	2.41	85	33.2	33.4
H - J	0.55	5.5	1.86	Ma - 6 cm	2.42	70	28.2	32.6
H - O	0.65	6.9	1.94	Ma - 12 cm	2.40	94	18.8	30.4
H - Q	0.75	8.0	1.94	Ma - 7 cm	2.39	99	14.5	28.7
M - AA	0.35	1.08	0.49	Ma -	2.20	89	49.7	24.4
M - CC	0.45	1.75	0.64	Ma -	2.24	127	41.4	25.9
M - EB	0.55	3.81	1.17	Ma -	2.27	127	23.9	25.6
M - K	0.35	1.10	0.49	Ma -	2.19	114	50.3	25.3
M - L	0.40	1.49	0.61	Ma -	2.21	98	49.0	26.5
M - M	0.45	1.92	0.75	Ma -	2.24	85	43.8	27.1
M - N	0.50	2.30	0.79	Ma -	2.25	114	39.2	26.8
M - P	0.55	2.64		Ma -	2.25		34.6	26.4
M - Y	0.65	3.31	0.92	Ma -	2.26	128	23.5	23.3
M - Z	0.75	3.84	1.00	Ma -	2.24	113	16.6	22.1
P - R	0.35				1.96		59.7	17.6
P - U	0.40				1.92		34.0	15.3
P - S	0.45				1.88		31.1	15.4
P - X	0.50				1.83		20.5	12.8
P - T	0.55				1.80		17.0	12.8

H - hormigón; M - mortero; P - pasta; V - vibrador; Ma - compactado a mano.

En la Tabla XI se presentan las resistencias medias de tres cilindros y los valores medios del módulo de elasticidad de los mismos cilindros y además se anotan el descenso de cono de las mezclas compactadas manualmente y el tiempo en segundos que se vibraron las compactadas por vibración; la densidad del hormigón de cada dosificación a los 28 días; la fracción de poros de cada hormigón determinada sobre la base de la densidad del hormigón y del peso específico del mismo molido; la relación agregado cemento en peso, y la relación, pasta árido en volumen, incluido en la primera el volumen de poros.

Además de los resultados de la Tabla XI se tuvieron en cuenta, para hacer el estudio final del problema, resultados de ensayos disponibles en IDIEM de otras fuentes, realizados con cemento y árido del mismo tipo<sup>15, 16, 17</sup>.

El módulo de elasticidad de los áridos fue de 58.7 KN/mm<sup>2</sup> para la andesita y de 60.8 KN/mm<sup>2</sup> para el pórfido granodiorítico.

En la Fig. 4 se presentan los valores experimentales de los módulos del hormigón en función de su resistencia.

#### Interpretacion

Una simple observación del conjunto de valores experimentales desplegados en la Fig. 4 deja en claro que los módulos de los hormigones son significativamente más altos que los de los morteros y éstos más altos que los de las pastas de cemento, a igualdad de resistencia.

Aun, dentro del conjunto de valores de los hormigones, parecen ser más altos los módulos cuanto mayor es la razón agregado cemento o, lo que es equivalente, el volumen absoluto de árido en relación con la pasta, también a igualdad de resistencias. Estas diferencias están de acuerdo con las conocidas leyes de variación del módulo de elasticidad de los materiales compuestos<sup>18, 19</sup>, que establecen que el módulo del compuesto aumenta al crecer la proporción del componente de módulo mayor; en este caso, los áridos en comparación con la pasta de cemento.

Sin embargo, de los datos del presente trabajo no se desprende una evidencia clara, ni en calidad ni en cantidad, como para dar por probado que aumenta el módulo al aumentar la proporción de áridos en el hormigón.

Se hizo un análisis estadístico de los resultados, cuyos detalles se omiten en beneficio de la brevedad. Se ajustó una expresión exponencial a cada uno de los grupos reconocidos como diferentes. Las curvas representativas de esas expresiones se han trazado en la Fig. 4 y hacen ver claramente las diferencias que habíamos señalado antes.

Dentro del grupo de los hormigones se separaron dos subgrupos: uno con una proporción de árido mayor que 4 y el otro con una proporción igual o inferior a 4. Ambos se analizaron aparte. La curva del primer subgrupo es casi coincidente con la del grupo completo y no se ha trazado en la Fig. 4; la del segundo, en cambio, es distinta, como se ve, en líneas de puntos, en la Fig. Sin embargo, como el número de datos de este subgrupo es pequeño y como el coeficiente de correlación de la curva obtenida es débil, no hay base suficiente

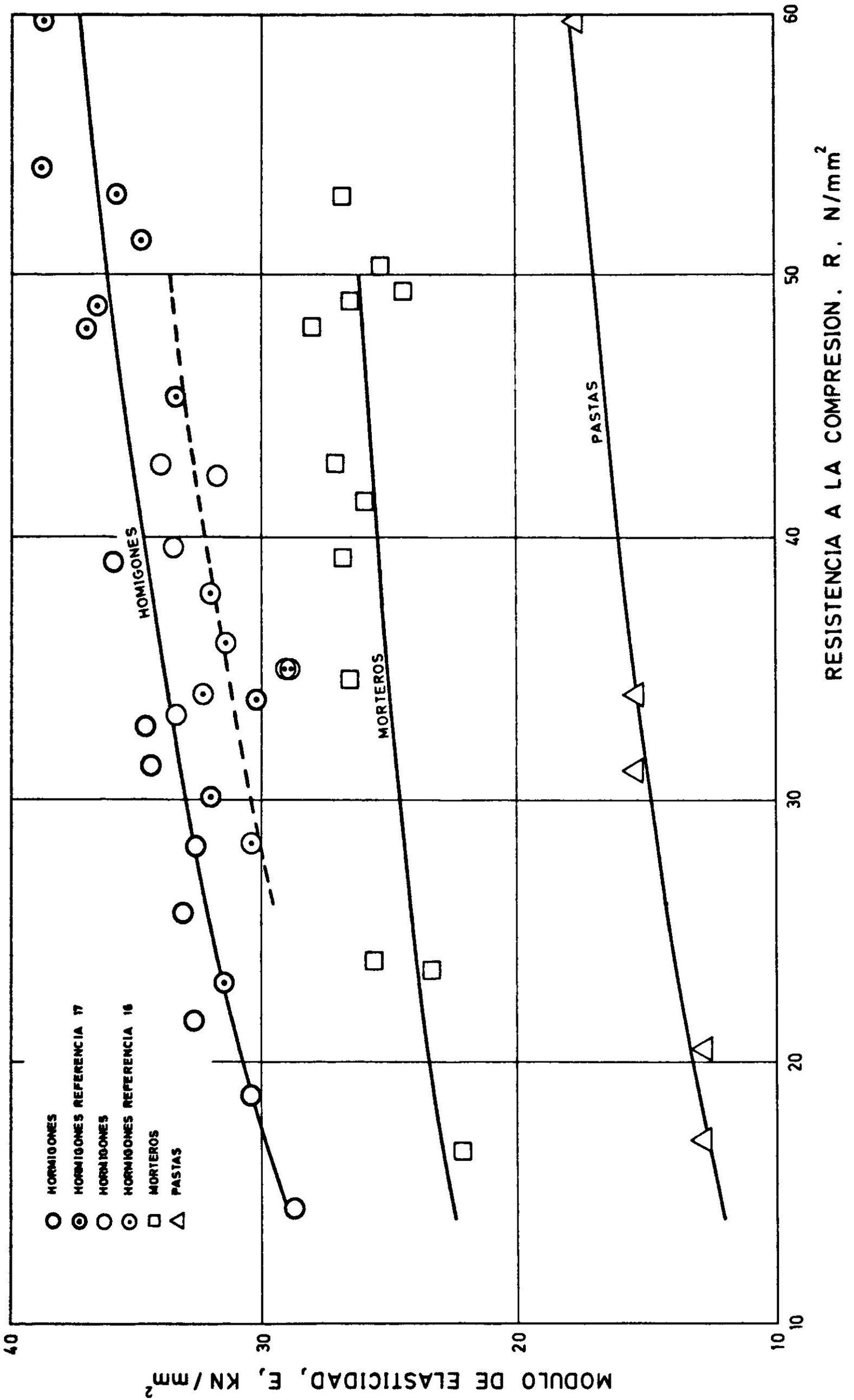


Fig. 4. Resultados experimentales y curvas de correlacion entre las resistencias,  $R$ , y el módulo de elasticidad,  $E$ , para hormigones, morteros y pastas.

para formular una conclusión.

Las resistencias de los hormigones considerados en este trabajo abarcan un campo que va desde  $14.5 \text{ N/mm}^2$  hasta casi  $60 \text{ N/mm}^2$ , es decir, una amplitud de escala de 4.1. Los módulos correspondientes van de  $28.7 \text{ KN/mm}^2$  hasta  $38.7 \text{ KN/mm}^2$ , un aumento de 1.35 veces. Este crecimiento del módulo es del orden de la raíz quinta del incremento de la resistencia. En las relaciones estadísticas calculadas la dependencia del módulo con respecto a la resistencia es en función de una potencia más baja que  $1/5$  ( $\approx 0.17$ ).

Estas cifras, si bien no pueden extenderse a condiciones que se aparten mucho de las que primaron en las experiencias, constituyen una buena indicación de que los aumentos del módulo con la resistencia son bastante menores que los que se aceptan en las principales normas, a saber, en proporción a la raíz cuadrada o a la raíz cúbica de la resistencia.

### CONCLUSIONES

Las experiencias realizadas, complementadas con datos de otras fuentes, mostraron que la composición de la mezcla tiene una influencia primordial en el módulo de elasticidad.

Así, son claramente mayores los módulos del hormigón que los del mortero y los de éstos que los de la pasta, a igualdad de resistencia a la compresión. Hay diferencias del orden de 25% entre hormigón y mortero y de cerca de 40% entre éste y pasta. Dentro del grupo de los hormigones hay indicios de que el módulo aumenta al aumentar la relación árido cemento, pero esta tendencia queda atenuada dentro de las dispersiones experimentales.

En cada uno de los grupos el módulo aumenta con la resistencia. El incremento va en relación con aproximadamente la raíz quinta de la resistencia y es, por lo tanto, inferior a los que se aceptan en las normas más conocidas y utilizadas, como ACI, CEB, BSI y DIN, que lo suponen proporcional a la raíz cuadrada o a la raíz cúbica.

Los valores obtenidos, por derivarse de determinaciones experimentales, tienen validez plena sólo dentro de las condiciones en que se obtuvieron, pero se estima que pueden aplicarse a cualquier tipo de hormigón con la única limitación que los áridos sean de similar naturaleza o, mejor dicho, tengan módulo de elasticidad semejante al de las andesitas o pórfidos granodioríticos que se emplearon en el presente caso.

Como conclusión final consideramos que el mejor criterio para estimar el módulo de elasticidad del hormigón en función de su resistencia media a la compresión cilíndrica es asignar un valor fijo para cada clase de resistencias. Con los áridos utilizados en estas experiencias o similares a ellos, recomendamos los siguientes valores:

$\bar{R}$ , N/mm <sup>2</sup>	16 a 30	>30 a 40	>40 a 50	>50
$\bar{E}$ , KN/mm <sup>2</sup>	28	30	32	34

Estos valores son aplicables a hormigones para morteros deben reducirse al 75% y para pastas de cemento al 45%.

#### BIBLIOGRAFIA

1. INN. NCh 429. *Hormigón armado*, 1<sup>a</sup> parte.
2. AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 318-77, Building Code Requirements for Reinforced Concrete. *ACI Manual of Concrete Practice*, 1978 Parte 2.
3. PAUW, A. Static modulus of elasticity of concrete as affected by density. *Journal of the American Concrete Institute*, Proceeding vol. 57, n° 6 (diciembre 1969), pp. 679-687.
4. WALKER, *Bulletin 5, Materials Research Laboratory*, Lewis Institute, Chicago, 1920.
5. GATICA, M. *Estudio del módulo de elasticidad del hormigón en función de su resistencia y su composición*. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil, Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Santiago, Chile, 1979.
6. DIN 1045. *Hormigón y hormigón armado. Cálculo y realización*. IRAM, Buenos Aires, 1979, p. 96.
7. GRAF, O. Beziehungen zwischen Druckfestigkeit und Druckelastizität des Betons bei zulässiger Anstrengung desselben. *Beton u Eisen*, vol. 22, cuaderno 1 (enero 1923), pp. 4 y 5.
8. GRAF, O. *Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Heft 113*, 1954, pp. 64-65.
9. NOBLE, P.M. The effect of aggregates and other variables on the elastic properties of concrete. *Proceedings ASTM*, vol. 31, Parte 1 (1931), pp. 399-426.
10. BSI, British Standard, the structural use of concrete. *BSI, CP 110*, Parte 1 (1972).
11. IDIEM. *Informe interno*.
12. OROZCO, O. *Informe interno*. Sección Geología Aplicada, Departamento de Obras Civiles. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, 1978.
13. NEVILLE, A.M. *Properties of concrete*. Pitman Publishing 1977, Londres, pp. 159-161 y 582-584.
14. TECHNICAL COMMITTEE 14 CPC. Méthodes d'essai des bétons. n° 8 Module d'élasticité du béton en compression. *Materiaux et Constructions*, vol. 5, n° 30 (1972) pp. 405-407.
15. GOMEZ, E. y YAÑEZ, F. Ensayo a la flexión de una viga de hormigón precomprimido de tamaño natural. *Revista del IDIEM*, vol. 15, n° 3 (diciembre 1976), pp. 115-138.
16. IDIEM. *Informe interno*.
17. CIPRIANO, H. *El efecto de los superplastificantes en la trabajabilidad del hormigón*. Memoria para optar al título de Ingeniero Civil. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile, Santiago 1981.
18. TORBEN, C.H. Theory of multiphase materials, applied to concrete, mortar and cement paste. *Proceedings of an International Conference*. Londres, septiembre 1965.
19. POPOVICS, S. y ERDEY, M. Estimation of the modulus of elasticity of concrete like composite material. *Materiaux et Constructions*, vol. 3, n° 16 (1970) pp. 253-260.

#### MODULUS OF ELASTICITY OF CONCRETE

##### SUMMARY

The elasticity modulus of concrete within an ample range of mix proportions and strengths was measured in order to get a good practical estimation of its value for normal cement and aggregates and to compare the results with the recommended values of different national standards.