

ESFUERZOS INTERNOS EN TUNELES CIRCULARES

Fernando RODRIGUEZ-ROA*

RESUMEN

En este trabajo se analizan los esfuerzos internos desarrollados en el revestimiento de túneles circulares excavados en medios homogéneos, elásticos lineales.

Haciendo uso de un modelo bidimensional de elementos finitos que permite reproducir el proceso constructivo de un túnel mediante la consideración de una cierta secuencia de cargas, se ha estudiado la importancia que diversos aspectos presentan en el comportamiento estructural de estas obras. La presente investigación se orientó fundamentalmente, dentro de los numerosos factores que intervienen en el problema, a examinar la influencia que tiene la rigidez de la estructura, el coeficiente de Poisson del medio, su grado de anisotropía, y la rugosidad de la interfaz terreno-estructura.

Alguno de los resultados aquí obtenidos para el caso de medios isótropos han sido comparados con soluciones publicadas por otros autores.

INTRODUCCION

Ni el terreno, ni el revestimiento, actúan habitualmente de manera perfectamente elástica. Sin embargo, las limitaciones que con frecuencia tenemos en el conocimiento del verdadero comportamiento del terreno, no justifican muchas veces el empleo de modelos constitutivos más sofisticados^{*}. Por otra parte, una simulación elástica del continuo permite en general al proyectista investigar, en forma relativamente simple, diferentes alternativas para establecer el método

* Profesor de Ingeniería Geotécnica, Pontificia Universidad Católica de Chile.

constructivo más conveniente del túnel, fijar el tipo de revestimiento más apropiado, y programar mejor su instrumentación. Es por ello que se han realizado numerosos esfuerzos en este sentido, en particular durante estos últimos años ^{1,2,4}, no obstante haberse registrado algunos casos en la práctica cuyo comportamiento no ha podido ser explicado, ni siquiera cualitativamente, a través de una modelación elástica isótropa o anisótropa ⁹.

Mohraz et al⁵ y Ranken et al⁷, determinaron las solicitaciones inducidas en un túnel para diferentes condiciones o hipótesis de aplicación de la carga, llegando a la conclusión de que ésta puede afectar seriamente los resultados. En particular, la suposición un tanto simplista de considerar que el túnel se construye al margen de la acción gravitatoria y que sólo posteriormente actúan sobre él las fuerzas de peso propio del terreno, conduciría en general a esfuerzos muy conservadores en el revestimiento.

El estudio se ha centrado aquí principalmente en el análisis de la influencia que presentan algunas características del terreno, y del revestimiento, en la magnitud y distribución de los esfuerzos internos que se generan en la estructura, para una cierta hipótesis en la forma de aplicación de la carga.

MODELO DE ELEMENTOS FINITOS UTILIZADO

Se usó un modelo elástico lineal, bidimensional, de elementos finitos isoparamétricos de 4 nodos para representar el medio y el revestimiento ¹⁰.

La simulación del contacto terreno-estructura se llevó a cabo empleando elementos finitos unidimensionales del tipo propuesto inicialmente por Goodman et al³.

La modelación del proceso constructivo se hizo mediante la consideración de una secuencia única de carga.

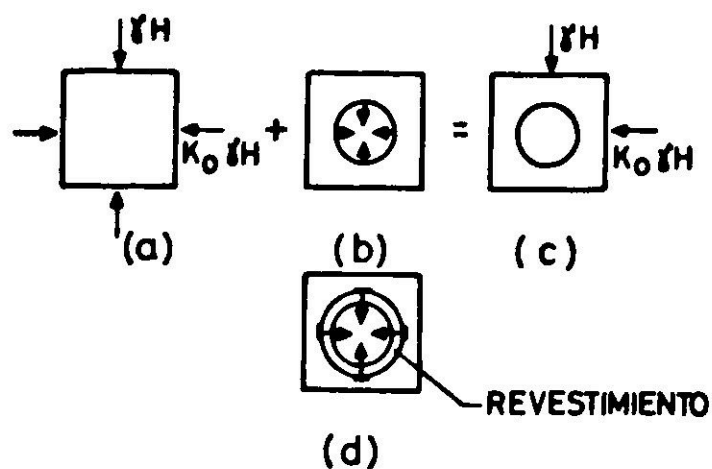


Fig. 1. Estado de cargas debido a la excavación. H : Distancia desde la superficie hasta el centro del túnel. K_0 : Coeficiente de empuje lateral del terreno. γ : Peso unitario del terreno.

En el caso de un túnel profundo sin revestimiento, excavado en un medio homogéneo, elástico e isótropo, la condición de carga es clara, y fue muy bien expuesta por Mohraz et al⁵ en 1975, Fig. 1: El campo de tensiones final, Fig. 1c, es la suma de las tensiones correspondientes a la situación inicial, previa a la construcción del túnel, Fig. 1a, y a la condición de descarga definida por las cargas equivalentes a la excavación, Fig. 1b. Por su parte, los desplazamientos finales

son iguales a aquellos calculados bajo el estado de carga indicado en Fig. 1b.

En túneles con revestimiento, en el caso más general, la condición de descarga

más apropiada a utilizar no siempre resulta tan evidente, y normalmente ella requerirá de algún tipo de hipótesis simplificatoria mayor o menormente aproximada a la realidad, según sea el procedimiento de construcción empleado. En la presente investigación el estado de carga esquematizado en Fig. 1b, fue reemplazado por una condición similar, ilustrada en Fig. 1d, en donde las fuerzas equivalentes a la excavación son aplicadas directamente sobre el terreno, y no sobre el perímetro de intradós del revestimiento, como lo hacen Mohraz et al⁴, entre otros autores, no obstante estar de acuerdo con ellos en que dicho criterio también puede ser perfectamente adecuado en ciertos túneles de la práctica.

PROBLEMA ANALIZADO

Se ha modelado por elementos finitos dos casos de túneles circulares, los cuales a título comparativo se han designado, uno como revestimiento *rígido* y el otro como túnel *flexible*, sin que dichos calificativos signifiquen que estos túneles se comportan en estricto rigor como tales, Figs. 2 y 3.

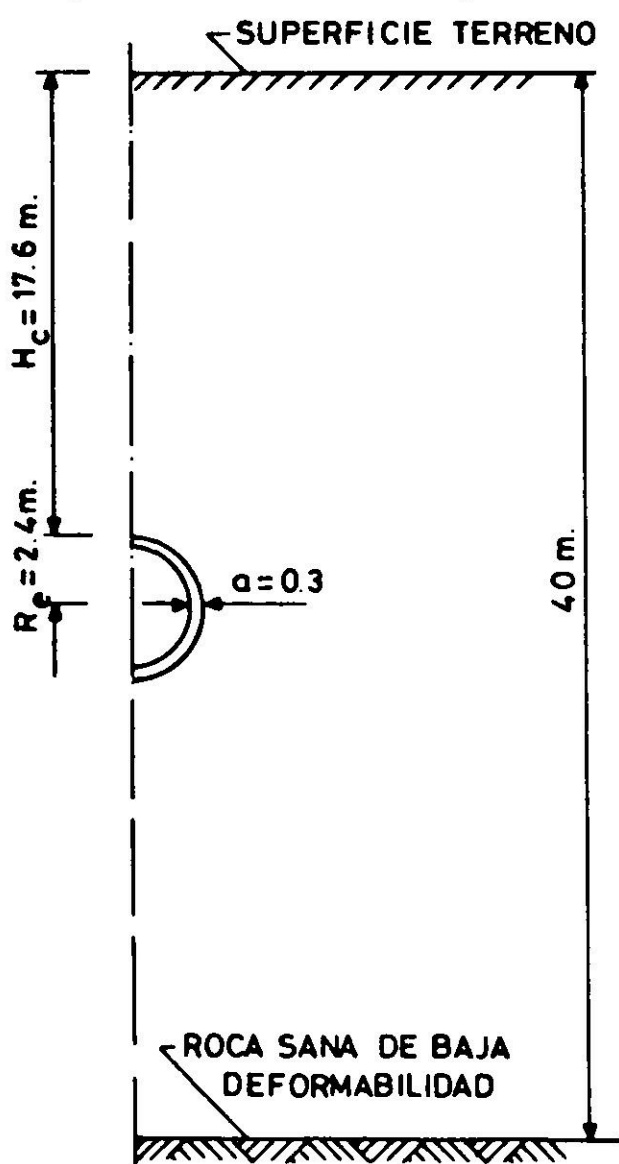


Fig. 2. Túnel *rígido* analizado.

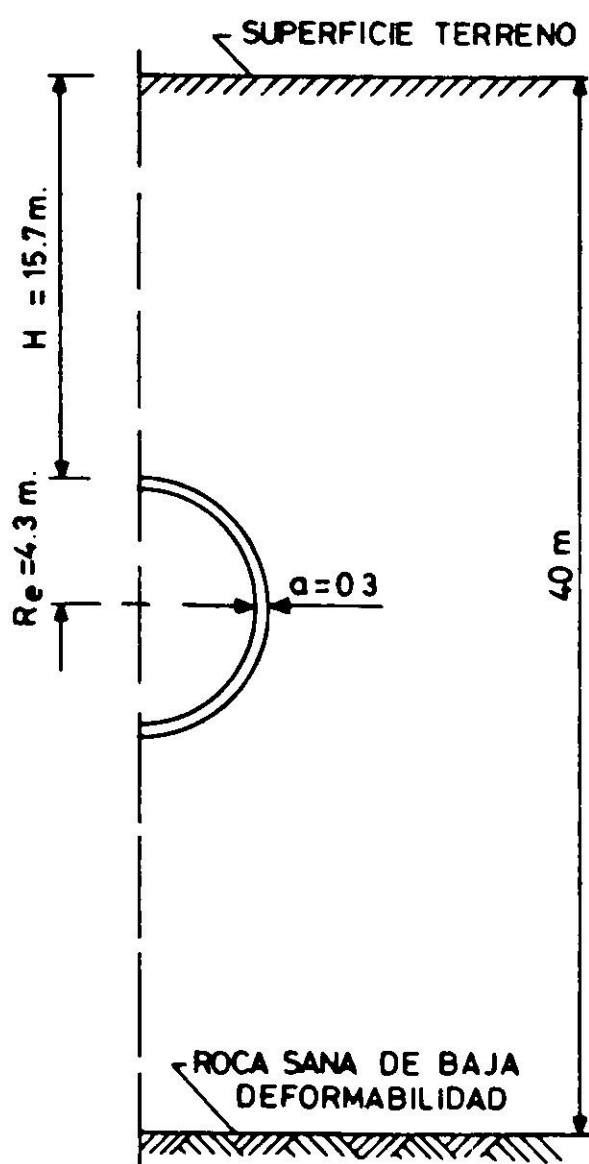


Fig. 3. Túnel *flexible* analizado.

Dos parámetros que permiten evaluar la menor o mayor rigidez del revestimiento de un túnel, y su relación con respecto a la rigidez del terreno, son el coeficiente de flexibilidad F y el de compresibilidad C , definidos para un medio homogéneo, elástico e isótropo, por Höeg⁴,

$$F = \frac{E_m / (1 + \nu_m)}{6E_r I_r / (R^3 (1 - \nu_r^2))} \quad 1$$

$$y, \quad C = \frac{E_m / ((1 + \nu_m)(1 - 2\nu_m))}{a \cdot E_r / (R \cdot (1 - \nu_r^2))} \quad 2$$

siendo:

E_m, ν_m = constantes elásticas del medio.

E_r, ν_r = constantes elásticas del revestimiento.

I_r = momento de inercia, por unidad de ancho, de la sección transversal del revestimiento con respecto a la fibra neutra.

R = radio medio del revestimiento.

En los túneles estudiados se ha considerado que el coeficiente de empuje lateral del terreno K_0 , corresponde al dado por la teoría de elasticidad.

Las propiedades adoptadas para el revestimiento de hormigón y el terreno (supuestamente homogéneo y sin discontinuidades) son las siguientes:

a) Revestimiento

E_r , módulo de elasticidad = 150.000 kg/cm²

ν_r , coeficiente de Poisson = 0.15

γ_r , peso unitario = 2.4 ton/m³

b) Modelación del terreno

b.1.) Como medio isótropo:

E_m = 14.000 kg/cm²

ν_m = 0.15 ($K_0 = \nu_m / (1 - \nu_m) = 0.18$) y

ν_m = 0.35 ($K_0 = 0.54$)

γ = 2.1 ton/m³ (peso unitario del medio)

b.2.) Como medio anisótropo de estratificación horizontal:

E_x , módulo de elasticidad según x = 21.000 kg/cm²

E_y , módulo de elasticidad según y = 7.000 kg/cm²

G_{xy} , módulo de corte en plano vertical = 6.100 kg/cm²

ν_{yx} , coeficiente de Poisson en plano vertical = 0.15

ν_{xx} , coeficiente de Poisson en plano horizontal = 0.15 y

γ = 2.1 ton/m³. En la nomenclatura usada para los parámetros elásticos, x representa la dirección horizontal e y la dirección vertical

Se puede demostrar en forma semejante a la ley de Jaky para medios isótropos que, en terrenos estratificados horizontalmente, se cumple⁶.

$$K_0 = \frac{\nu_{yx} \cdot E_x / E_y}{1 - \nu_{xx}} \quad 3$$

Por consiguiente con los datos anteriores, resulta para el medio anisótropo un coeficiente de empuje lateral $K_0 = 0.53$.

En relación al comportamiento de la interfaz terreno-estructura, se han analizado en la presente investigación dos situaciones extremas: contacto perfectamente liso y contacto infinitamente rugoso.

RESULTADOS OBTENIDOS

Túnel con revestimiento rígido

Las dos modelaciones isótropas del terreno efectuadas aquí, conducen a una variación de F entre 66.9 y 57.0, y de C entre 0.8 y 1.7, para ν_m igual a 0.15 y 0.35, correspondientemente.

Todos los gráficos obtenidos han sido dibujados en forma adimensional, en términos del peso unitario del terreno γ y de las variables H_c y R_e , definidas en Figs. 2 y 3.

En las Figs. 4 y 5 se han llevado los resultados numéricos alcanzados, en el supuesto de la presencia de un medio elástico lineal isótropo. En la primera de ellas se observa que los momentos flectores máximos, por unidad de longitud, aumentan notoriamente al disminuir K_0 . Los mayores valores registrados fueron de 0.0039, 0.0052 y 0.0043 veces $(\gamma \cdot H_c \cdot R_e^2)$, en clave, hastiales y solera, respectivamente. Referente al esfuerzo normal, por unidad de longitud de túnel, este acusa un valor máximo de compresión en hastiales de $0.79 \gamma H_c R_e$, pudiéndose apreciar que el cambio que tiene dicha magnitud con K_0 , es prácticamente despreciable.

Por otra parte cabe manifestar que los momentos flectores y esfuerzos normales del revestimiento, no experimentaron variación significativa alguna según que la interfaz fuera lisa o muy rugosa, pero sí muestran una sensible modificación las tensiones que el terreno ejerce sobre la estructura del túnel, como es dable apreciar en Fig. 5.

MOMENTO FLECTOR (M) ESFUERZO NORMAL (N) TENSION NORMAL TENSION TANGENCIAL

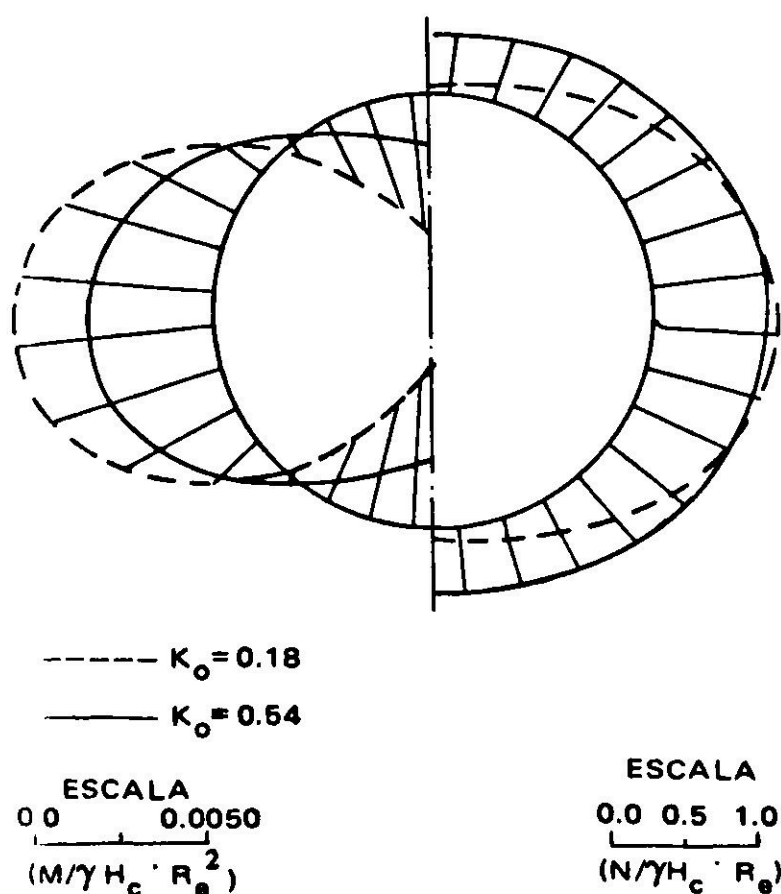


Fig. 4. Esfuerzos en el revestimiento: Revestimiento rígido en un medio isótropo.

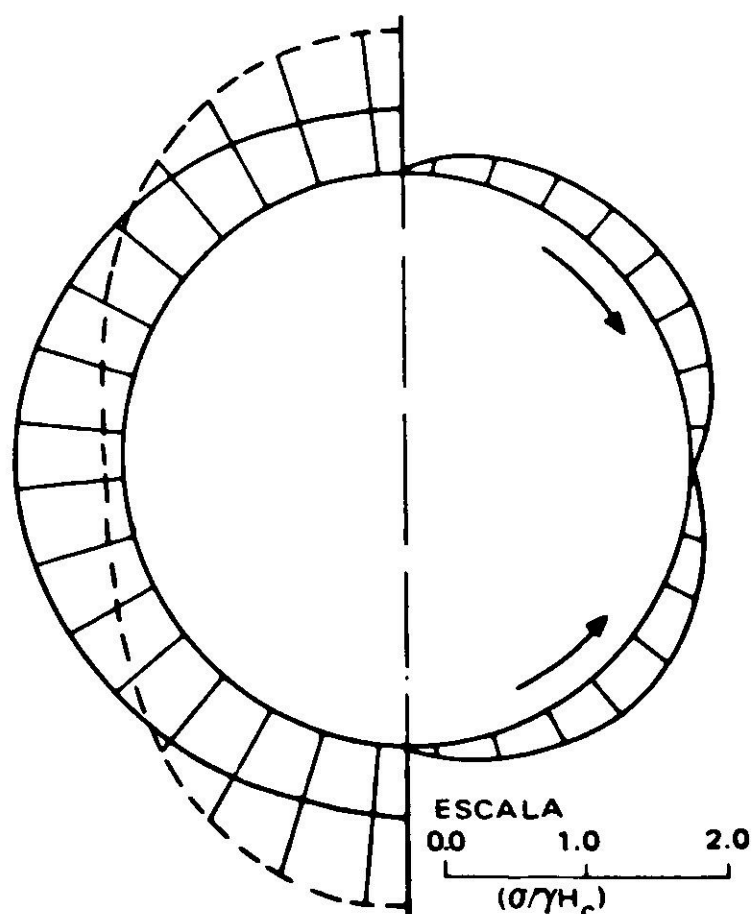
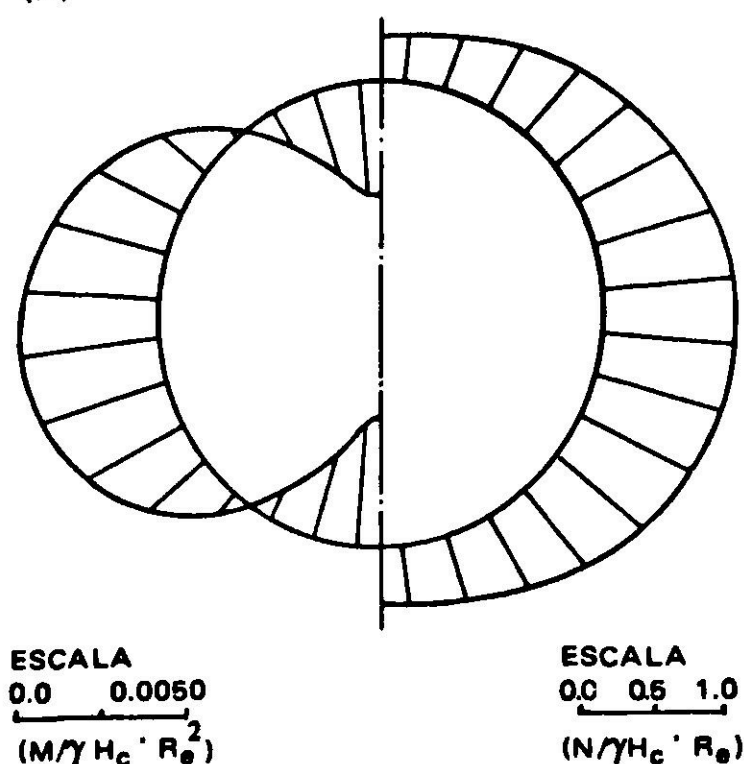
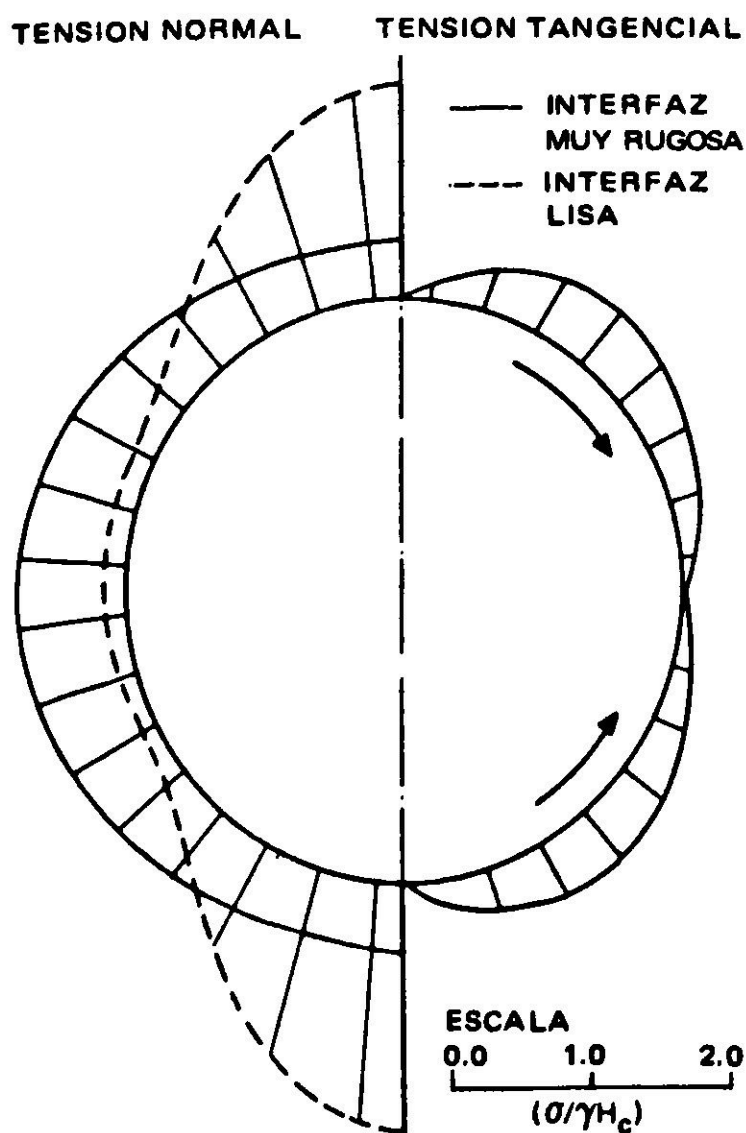


Fig. 5. Tensiones en la interfaz: Revestimiento rígido en un medio isótropo con $K_0 = 0.54$.

MOMENTO FLECTOR
(M)Fig. 6. Esfuerzos en el revestimiento. Revestimiento rígido en un medio anisótropo con $K_0 = 0.53$.Fig. 7. Tensiones en la interfaz. Revestimiento rígido en un medio anisótropo con $K_0 = 0.53$.

compresibilidad entre 1.6 y 3.1 para ν_m igual a 0.15 y 0.35, respectivamente.

De Fig. 8 se advierte que los esfuerzos internos conservan una distribución

La modelación anisótropa realizada podría ser comparable, en este caso, a la simulación de medio isótropo con coeficiente de Poisson igual a 0.35, la cual no sólo utilizó un módulo de elasticidad único, promedio, sino que además, indirectamente, empleó un coeficiente de empuje lateral muy similar. Del análisis conjunto de Figs. 4 y 6, puede concluirse que la representación anisótropa llevaría a esfuerzos normales parecidos, pero a momentos flectores bastante superiores —principalmente en clave y solera del túnel— que la que podría considerarse como modelación simplificada, isótropa, equivalente. Importante por consiguiente el representar la verdadera anisotropía del terreno, en la evaluación de las solicitaciones de diseño de un túnel.

En Fig. 7 se han graficado los diagramas de tensiones normales y tangenciales resultantes en la interfaz terreno-estructura de acuerdo a su grado de rugosidad. La consideración de la anisotropía se traduce aquí en un notable incremento de las tensiones normales en clave para un contacto liso, como también de las tensiones tangenciales máximas correspondientes a una interfaz muy rugosa.

Tampoco en la situación de medio anisótropo, el nivel de rugosidad del contacto influyó en la magnitud y distribución de los esfuerzos internos del revestimiento.

Túnel con revestimiento flexible

En la hipótesis de terreno isótropo, el coeficiente de flexibilidad varía entre 420.0 y 357.8, y el cociente de

semejante a la observada en Fig. 4 para un revestimiento más rígido. Sin embargo, los momentos flectores máximos resultan ahora significativamente menores como era de esperar, e iguales a $0.00076 \gamma H_c R_e^2$ en clave, a $0.0011 \gamma H_c R_e^2$ en hastiales, y a $0.00096 \gamma H_c R_e^2$ en solera. El esfuerzo normal máximo se tiene en la zona de hastiales, y es de $0.69 \gamma H_c R_e$

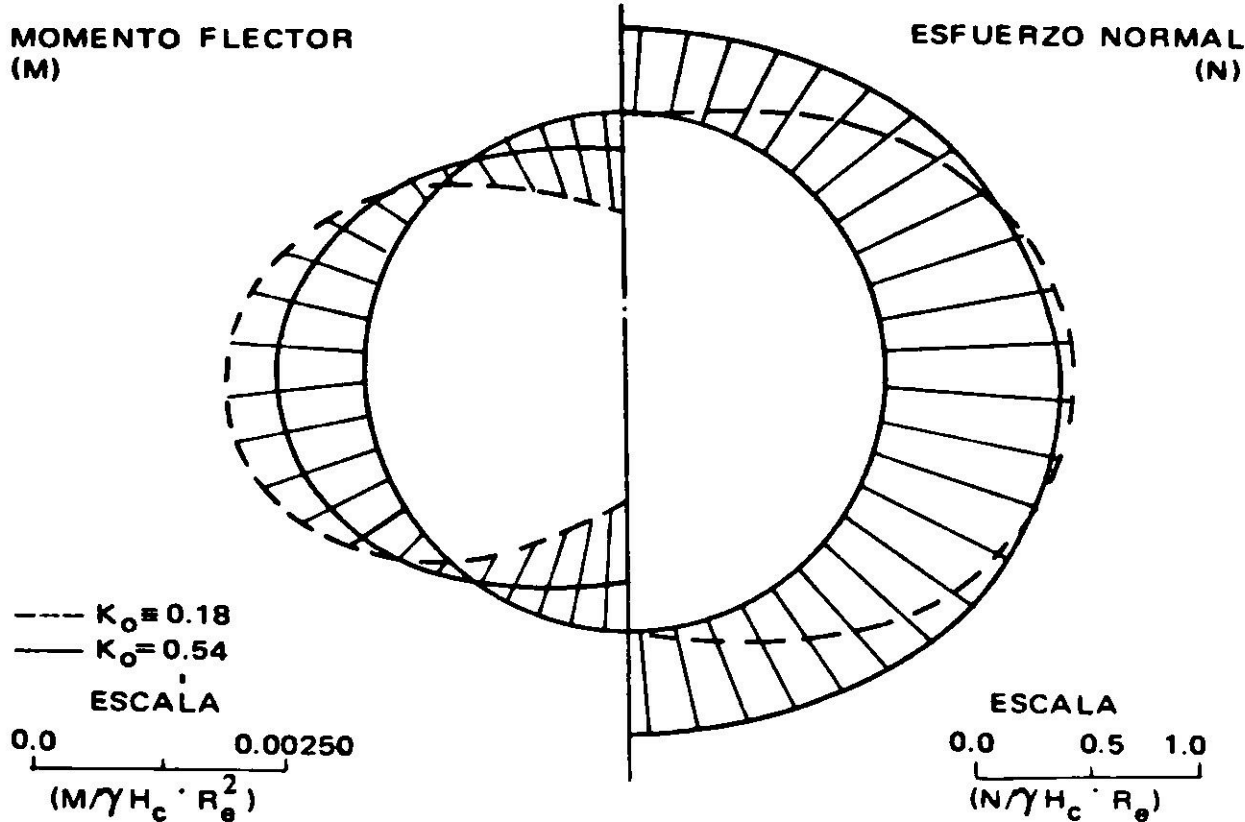


Fig. 8. Esfuerzos en el revestimiento. Revestimiento flexible en un medio isotropo.

La consideración de la anisotropía del medio, arroja idénticas conclusiones a las anotadas para el caso anterior, como se desprende del examen comparativo de las Figs. 8 y 10.

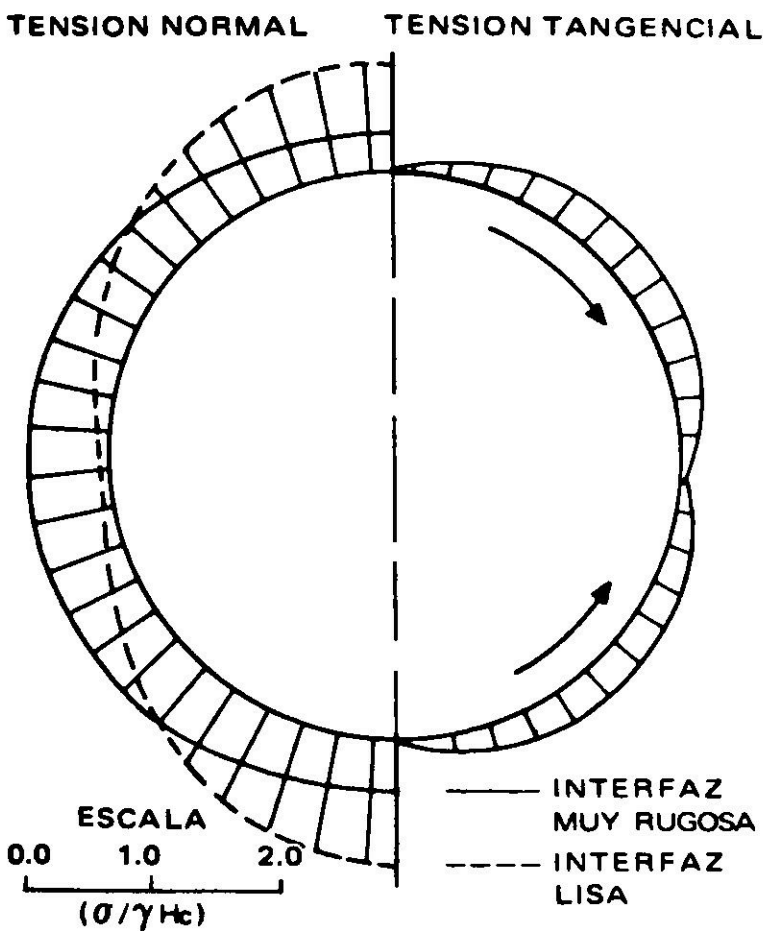


Fig. 9. Tensiones en la interfaz. Revestimiento flexible en un medio isotropo con $K_0 = 0.54$.

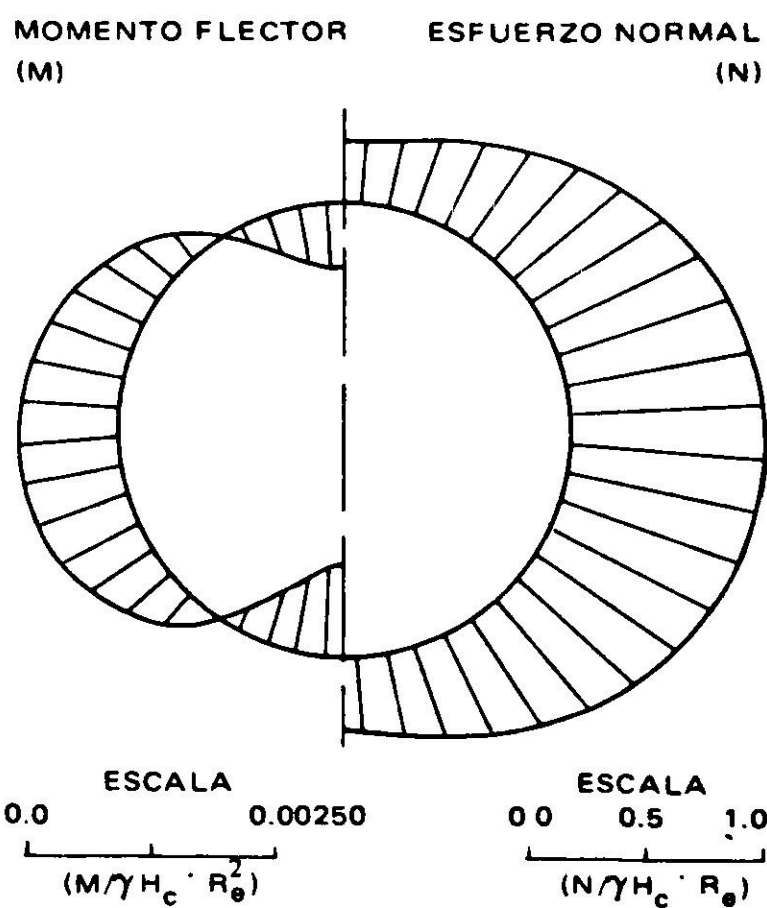


Fig. 10. Esfuerzos en el revestimiento. Revestimiento flexible en un medio anisotropo con $K_0 = 0.53$.

Las tensiones que actúan en el contacto terreno-estructura, según que la interfaz sea lisa o muy rugosa, tanto para la modelación isótropa como para la anisotropía, se han dibujado en Figs. 9 y 11, habiéndose alcanzado resultados de características análogas a las del túnel más rígido.

No se detectó tampoco en este caso variaciones mayormente perceptibles en los esfuerzos internos del revestimiento, al cambiar el nivel de rugosidad de la interfaz. Ello indica, en consecuencia, que la influencia de este aspecto no será significativa en el comportamiento estructural de túneles reales, cuando su procedimiento constructivo pueda aproximarse a una secuencia única de carga, del tipo de la considerada en la presente investigación.

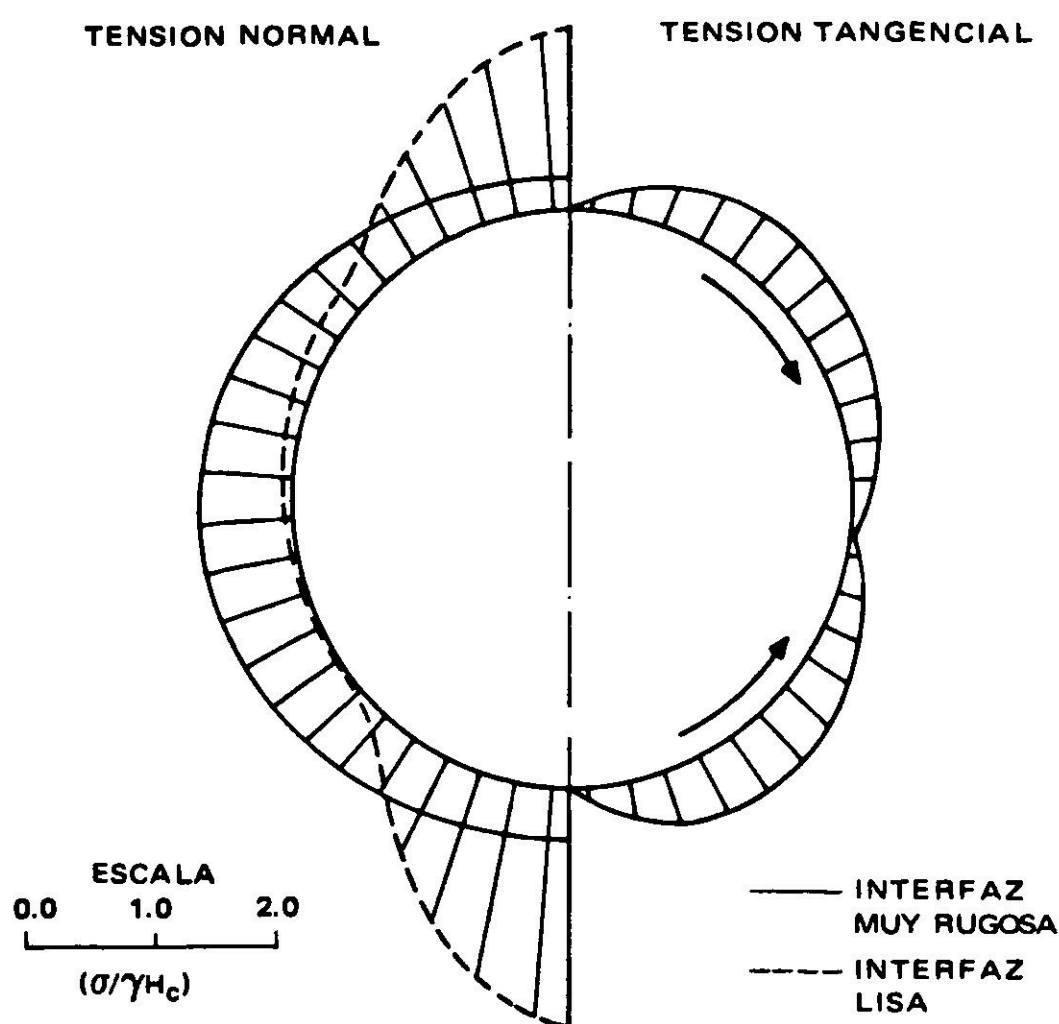


Fig. 11. Tensiones en la interfaz. Revestimiento flexible, en un medio anisótropo con $K_0 = 0.53$.

Modelo de elementos finitos vs método simplificado de Einstein y Schwartz²

De un análisis comparativo de los resultados entregados por el modelo de elementos finitos con los valores obtenidos a partir del método simplificado propuesto por Einstein y Schwartz², pudo comprobarse que este último procedimiento representa una muy buena solución para la evaluación de los momentos flectores y de los esfuerzos normales en la zona de hastiales, en túneles excavados en medios elásticos, lineales, e isótropos. Sin embargo, las distintas hipótesis supuestas en cada caso, llevan en general a una diferencia apreciable en los esfuerzos calculados en clave y solera.

En las Tablas I y II se ilustran los resultados correspondientes a la zona de hastiales en los dos túneles estudiados. De ellas se desprende que la versión para una interfaz muy rugosa, de la solución de Einstein y Schwartz², es la que presenta un mejor ajuste al modelo de elementos finitos utilizado.

TABLA I
TUNEL RIGIDO EN MEDIO ISOTROPO
ESFUERZOS INTERNOS EN HASTIALES*

Coeficiente de Poisson del medio	Esfuerzos internos	Modelo usado	Einstein y Shwartz ²	
		Interfaz lisa o rugosa	Interfaz lisa	Interfaz muy rugosa
$\nu_m = 0.15$ ($K_0 = 0.18$)	Momento flector (ton-m/m)	1.09	1.51	1.09
	Esfuerzo normal (ton/m)	69.3	- 36.4	63.3
$\nu_m = 0.35$ ($K_0 = 0.54$)	Momento flector (ton-m/m)	0.65	0.68	0.68
	Esfuerzo normal (ton/m)	65.6	48.9	- 60.9

* CONVENCION DE SIGNOS:
a) El momento flector es (-) si se tracciona la zona de trasdós del túnel.
b) El esfuerzo normal es () si éste es de compresión

TABLA II
TUNEL FLEXIBLE EN MEDIO ISOTROPO
ESFUERZOS INTERNOS EN HASTIALES

Coeficiente del Poisson del medio	Esfuerzos internos	Modelo usado	Einstein y Shwartz ²	
		Interfaz lisa o rugosa	Interfaz lisa	Interfaz muy rugosa
$\nu_m = 0.15$ ($K_0 = 0.18$)	Momento flector (ton-m/m)	0.68	0.83	0.70
	Esfuerzo normal (ton/m)	97.5	49.4	94.3
$\nu_m = 0.35$ ($K_0 = 0.54$)	Momento flector (ton-m/m)	0.40	0.33	0.38
	Esfuerzo normal (ton/m)	90.5	69.5	89.3

Importancia de considerar las tensiones in situ existentes en el terreno, previas a la construcción del túnel

A fin de cuantificar el hecho de no considerar el proceso constructivo en las sollicitaciones que experimenta la estructura soportante de un túnel, se examinó el caso estudiado de revestimiento flexible con la modelación de medio isótropo, con $\nu_m = 0.15$, suponiendo que todas las cargas de peso propio actúan solamente después de construído el revestimiento. Los resultados conseguidos han sido incluídos en Fig. 12, en donde puede apreciarse un ostensible aumento de los esfuerzos máximos, que alcanza hasta un 49% en momentos flectores, y a un 56% en esfuerzos normales, con respecto a la consideración del proceso constructivo, Fig. 8. Ello significa que tal suposición no constituye una buena aproximación al problema, y podría conducir a resultados mucho más distor-

sionados en situaciones en que el proceso constructivo deba, necesariamente, subdividirse en varias etapas o fases constructivas.

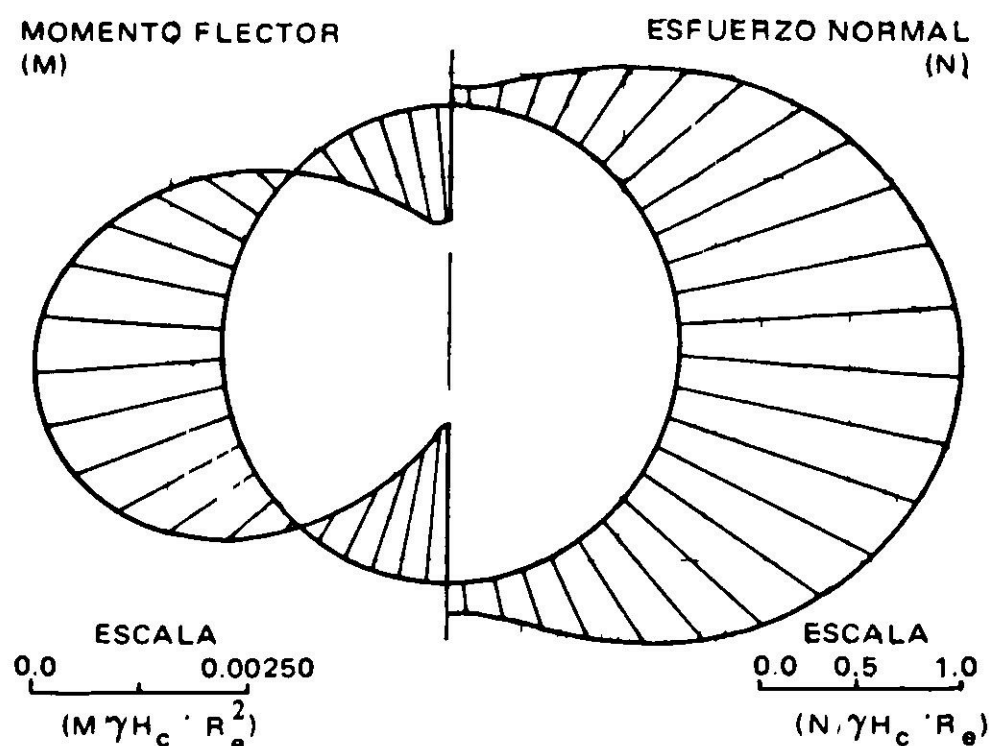


Fig. 12. Esfuerzos en el revestimiento sin considerar el estado de cargas debido a la excavación: Revestimiento flexible en un medio isótropo con $K_0 = 0.18$.

CONCLUSIONES

Se ha estudiado el comportamiento estructural de túneles circulares excavados en medios homogéneos, elásticos y lineales, mediante la suposición de una cierta secuencia de cargas. Ello ha permitido considerar las tensiones in situ existentes en el terreno previas a la construcción del túnel. El no tener en cuenta este último aspecto, llevaría a resultados muy conservadores.

Se pudo comprobar también que la rigidez de la estructura, el coeficiente de Poisson del medio y su grado de anisotropía, influyen de manera fundamental en la magnitud y distribución de los esfuerzos internos desarrollados en el revestimiento. No ocurre lo propio con el nivel de rugosidad del contacto terreno-estructura, cuya influencia no sería significativa en este sentido, en los casos analizados.

El método simplificado de Einstein y Schwartz², en su versión para interfaces muy rugosas, constituye una excelente aproximación para la evaluación de los momentos flectores y esfuerzos normales en hastiales, en la hipótesis de carga aquí adoptada. Por el contrario, en las zonas de clave y solera se registraron diferencias apreciables con el modelo de elementos finitos usado. En tales zonas pudo observarse, además, que la consideración de la anisotropía del medio resulta de enorme importancia.

AGRADECIMIENTOS

El autor desea expresar su agradecimiento a la Dirección de Investigación de la Pontificia Universidad Católica de Chile, por el apoyo financiero otorgado a la presente investigación a través del Grant DIUC 33/82.

La colaboración de su hermano Ricardo, como Ingeniero Ayudante de Investigación, fue realmente exitosa, en particular en la parte referente a la confección del programa de computación.

REFERENCIAS

1. DAR, S.M. y BATES, R.C. Stress analysis of hollow cylindrical inclusions. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, GT2, (febrero 1974), pp. 123-138
2. EINSTEIN, H.H. y SCHWARTZ, C.W. Simplified analysis for tunnel supports. *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE*, GT4, (abril 1979), pp. 499-518.
3. GOODMAN, R.E. TAYLOR, R.L. y BREKKE, T.L. A model for the mechanics of jointed rock. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, SM3 (mayo 1968), pp. 637-659.
4. HOEG, K. Stresses against underground structural cylinders. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, SM4 (julio 1968), pp. 833-858.
5. MOHRAZ, B., HENDRON, A.J., RANKEN, R.E. y SALEM, M.H. Liner-medium interaction in tunnels. *Journal of the Construction Division, ASCE*, CO1 (marzo 1975), pp. 127-141.
6. MUIR WOOD, A.M. The circular tunnel in elastic ground. *Geotechnique*, Londres, Inglaterra, vol. 25, n° 1, (marzo 1975), pp. 115-127.
7. RANKEN, R.E., GHABOUSSI, J. y HENDRON, A.J. Analysis of ground-liner interaction for tunnels, Report n° UMTA-IL-06-0043-78-3, Department of Civil Engineering, University of Illinois, Urbana-Champaign, USA, octubre 1978.
8. RODRIGUEZ-ROA, F. *Solicitaciones de diseño en estructuras subterráneas*. Departamento de Ingeniería Estructural, DIE n° 2/84, U. Católica de Chile, Santiago, Chile.
9. WARD, W.J. y THOMAS, H.S.H. The development of earth loading and deformation in tunnel linings in London clay. *Proceedings of the Sixth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Montreal, Canada, 1965*, vol. II, pp. 432- 436.
10. ZIENKIEWICZ, O.C. *The Finite Element Method*, Mc Graw Hill, 1977.

LINING-GROUND INTERACTION IN CIRCULAR TUNNELS

SUMMARY

A numerical analysis of lining-ground interaction in circular tunnels was carried out using a two-dimensional finite element model which can account, among other features, for field anisotropy and the stress field existing prior to excavation as well as for the behavior of the interface and the different stages of construction.

By simulating the excavation and construction of the tunnel through one loading sequence, the influence of the following parameters on the lining thrust and bending moment has been studied: flexural rigidity, anisotropy of the ground, Poisson's coefficient of the medium, roughness of the interface,

and the in situ stresses prior to the construction of the tunnel. The analysis assumed an homogeneous linear elastic and continuum medium.

Several nondimensional plots were prepared. Such graphs allow to extend to a more general case the results shown herein.

Some of the results obtained in this research for an isotropic ground, have been compared with those published by other authors.